8780

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 4 1 IANUARIE 1949

62/5/3101

9694

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 7-3803

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 4 — 1 IANUARIE 1949

ABONAMENTUL LEI 360 PE AN (9 numere)

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa: ING. C. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE" DIN 1949

In Adunarea generală din 24 August 1948, s'a hotărît să se ţină şi în anul 1949 tradiţionalul concurs al *Gazetei Matematice*.

Concursul va avea loc în vacanţa de Paşti.

Condiţiile de înscriere la concurs şi programa analitică a concursului se va anunţa în numărul 5 din Ianuarie 1949 al revistei *Gazeta Matematică*.

In principiu înscrierile la concurs se fac după normele publicate la pagina 30 şi 31 din volumul LIII al revistei *Gazeta Matematică*.

Cererile de înscriere la concurs se primesc la sediul societăţii *Gazeta Matematică*, Calea Griviţei 158 Bucureşti, până în ziua de 5 Martie 1949 ora 12.

Numele candidaţilor admişi la concurs se va publica în numărul de pe Martie 1949 al revistei *Gazeta Matematică*.

***

RADICALI SUPRAPUŞI

Rezolvarea unei ecuaţii bipătrate

$$ax^4 + bx^2 + c = 0,$$

ne conduce la formula rădăcinilor sale

$$x = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}.$$

Deci suntem conduşi să considerăm studiul unor radicali de forma $\sqrt{u \pm \sqrt{v}}$ şi să încercăm să vedem în ce caz asemenea radicali se desfac într'o sumă algebrică de radicali simpli $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$.

Vom fi conduşi, deasemenea şi la studiul altor tipuri de radicali suprapuşi.

1. **Lema 1.** *O cantitate de forma* $\sqrt{\alpha}$, *nu se poate niciodată pune sub forma*

$$\sqrt{\alpha} = m + \sqrt{\beta}, \tag{1}$$

unde m *este o cătime raţională.*

In adevăr, ridicând la pătrat egalitatea (1), avem imediat

$$\alpha = m^2 + \beta + 2m\sqrt{\beta} \quad \therefore \quad \sqrt{\beta} = \frac{\alpha - m^2 - \beta}{2m}.$$

Am ajuns astfel la rezultatul că o cătime iraţională este egală cu una raţională; acest lucru este imposibil.

2. **Lema 2.** *Dacă avem*

$$A + \sqrt{B} = C + \sqrt{D}, \tag{2}$$

unde A *şi* C *sunt raţionale, iar* $\sqrt{B}$ *şi* $\sqrt{D}$ *sunt iraţionale, atunci rezultă că* $A = C$, $B = D$.

In adevăr, egalitatea (2) se scrie astfel

$$\sqrt{B} = (C - A) + \sqrt{D}. \tag{3}$$

Egalitatea (3) ne dă prin ridicare la pătrat

$$B = (C - A)^2 + D + 2(C - A)\sqrt{D}.$$

După lema precedentă, rezultă că $C - A = 0$, adică $C = A$; prin urmare reiese că $B = D$.

3. **Lema 3.** *Dacă avem*

$$\sqrt{A + \sqrt{B}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}, \tag{4}$$

atunci avem şi $\sqrt{A - \sqrt{B}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$.

Ridicând la pătrat egalitatea (4) reiese:

$$A + \sqrt{B} = (x + y) + 2\sqrt{xy}.$$

După lema precedentă rezultă că avem

$$A = x + y \quad , \quad \sqrt{B} = 2\sqrt{xy}.$$

Deci $A - \sqrt{B} = x - 2\sqrt{xy} + y;$

adică $\sqrt{A - \sqrt{B}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$

4. *Observare.* Pentru a demonstra lema 2, putem face altfel. Punem: $A = C + m$ şi avem

$$C + m + \sqrt{B} = C + \sqrt{D} \quad \therefore \quad \sqrt{D} = m + \sqrt{B}.$$

Am văzut că egalitatea aceasta este imposibilă, m fiind raţional. Va trebui deci $m = 0$.

5. Să ne punem acum problema exprimării unui radical de forma $\sqrt{A + \sqrt{B}}$, sub forma unei sume de radicali simpli, adică

$$\sqrt{A + \sqrt{B}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}. \tag{5}$$

Prin ridicarea la pătrat a egalităţii (5) avem:

$$A + \sqrt{B} = (x + y) + 2\sqrt{xy} \quad \therefore \quad x + y = A \ , \ 2\sqrt{xy} = \sqrt{B}$$

$$\therefore \quad x + y = A \ , \ xy = \frac{B}{4}. \tag{6}$$

Formăm ecuaţia de gradul II care are ca rădăcini x şi y:

$$Z^2 - AZ + \frac{B}{4} = 0 \quad \therefore \quad Z = \frac{A \pm \sqrt{A^2 - B}}{2}.$$

De aici deducem

$$x = \frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2} \ , \ y = \frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}.$$

Rezultă că avem identitatea:

$$\sqrt{A + \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} + \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}. \tag{7}$$

Ea prezintă interes numai dacă $A^2 - B$ este pătrat perfect, adică dacă

$$\boxed{A^2 - B = C^2}, \tag{8}$$

în care caz avem:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - C}{2}}.$$

Ecuaţia (8) poate fi rezolvată oricând, necunoscutele A, B, C fiind raţionale. In adevăr, putem lua

$$A = p \ , \ B = p^2 - q^2 \ , \ C = q \tag{10}$$

şi ecuaţia este verificată.

6. *Aplicații. a)* Să calculăm $\sqrt{75+12\sqrt{21}}$

$$A^2 - B = 75^2 - 12^2 \cdot 21 = 2601 = 51^2$$

$$\sqrt{75+12\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{75+51}{2}} + \sqrt{\frac{75-51}{2}}$$

$$= \sqrt{63} + \sqrt{12} = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}.$$

b) Fie de calculat $\sqrt{47-4\sqrt{33}}$.

Avem: $A^2 - B = 47^2 - 16 \cdot 33 = 41^2$

$$\sqrt{47-4\sqrt{33}} = \sqrt{\frac{47+41}{2}} - \sqrt{\frac{47-41}{2}} = 2\sqrt{11} - \sqrt{3}.$$

c) Să calculăm deasemenea expresiunea:

$$R = \sqrt{3a^2 + ab + 7b^2 + 2\sqrt{2(a^4 + 3a^2b^2 - 2ab^3 + 3b^4)}}$$

$$A^2 - B = (3a^2 + ab + 7b^2)^2 - 8(a^4 + 3a^2b^2 - 2ab^3 + 3b^4)$$

$$= (a^2 + 3ab + 5b^2)^2.$$

Deci avem:

$$R = \sqrt{\frac{3a^2 + ab + 7b^2 + a^2 + 3ab + 5b^2}{2}}$$

$$+ \sqrt{\frac{3a^2 + ab + 7b^2 - a^2 - 3ab - 5b^2}{2}}$$

$$= \sqrt{2(a^2 + ab + 3b^2)} + \sqrt{a^2 - ab + b^2}.$$

d) Să descompunem în factori polinomul

$$x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1.$$

Scriem ecuația

$$x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0.$$

Divizăm ecuația cu x^4 și găsim:

$$\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 1 = 0. \qquad (11)$$

Dacă punem: $x + \frac{1}{x} = y$, atunci avem:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2 \quad , \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = y^3 - 3y,$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = y^4 - 4y^2 + 2.$$

Introducând în (11) avem ecuaţia bipătrată

$$y^4 - 3y^2 + 1 = 0,$$

care dă $$y = \pm \frac{\sqrt{3 \pm \sqrt{5}}}{\sqrt{2}}.$$

După cele tratate mai sus avem:

$$\sqrt{3 \pm \sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3+2}{2}} \pm \sqrt{\frac{3-2}{2}} = \frac{\sqrt{5} \pm 1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad y = \pm \frac{\sqrt{3 \pm \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} = \pm \left(\frac{\sqrt{5} \pm 1}{2} \right).$$

Avem prin urmare următoarea desfacere în factori:

$$x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$$

$$= \left(x^2 - x\frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1\right)\left(x^2 - x\frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1\right)\left(x^2 + x\frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1\right)$$

$$\times \left(x^2 + x\frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1\right).$$

7. *Radicalii de forma* $\sqrt{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}}$.

Să luăm un exemplu. Fie $\sqrt{\sqrt{175} - \sqrt{147}}$.

Scriem

$$\sqrt{175} - \sqrt{147} = \sqrt{7}(\sqrt{25} - \sqrt{21}) = \sqrt{7}(5 - \sqrt{21})$$

$$\sqrt{\sqrt{175} - \sqrt{147}} = \sqrt[4]{7} \cdot \sqrt{5 - \sqrt{21}}.$$

Insă $$\sqrt{5 - \sqrt{21}} = \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

$$\therefore \quad \sqrt{\sqrt{175} - \sqrt{147}} = \frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt{2}}(\sqrt{7} - \sqrt{3}).$$

8. Un radical de forma $\sqrt[4]{A \pm \sqrt{B}}$, se calculează scriindu-l sub forma $\sqrt{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}}$. Operaţia se reduce la cele expuse mai înainte.

Exemplu. $\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=\sqrt{\sqrt{49-20\sqrt{6}}}$

$$\sqrt{49-20\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{49+1}{2}}-\sqrt{\frac{49-1}{2}}=5-\sqrt{24}$$

$$\sqrt{5-\sqrt{24}}=\sqrt{\frac{5+1}{2}}-\sqrt{\frac{5-1}{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

$$\therefore \quad \sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

9. *Radicali de tipul* $\sqrt{a+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}$.

Să punem:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}. \qquad (12)$$

Ridicând la pătrat egalitatea (12) găsim:

$$a+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}=(x+y+z)+2\sqrt{xy}+2\sqrt{xz}+2\sqrt{yz}.$$

De aici rezultă că trebue să avem:

$$x+y+z=a,\ 2\sqrt{xy}=\sqrt{b},\ 2\sqrt{xz}=\sqrt{c},\ 2\sqrt{yz}=\sqrt{d}. \qquad (13)$$

Sistemul (13) va trebui să fie compatibil. Ultimele *trei* ecuaţii se pot scrie:

$$xy=\frac{b}{4}\ ,\quad xz=\frac{c}{4}\ ,\quad yz=\frac{d}{4}.$$

Prin înmulţire deducem

$$x^2y^2z^2=\frac{bcd}{64}\quad\therefore\quad xyz=\pm\frac{1}{8}\sqrt{bcd}$$

$$\therefore\ x=\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{bc}{d}}\ ,\quad y=\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{bd}{c}}\ ,\quad z=\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{cd}{b}}.$$

Introducând în prima ecuaţie din (13), căpătăm relaţia de condiţie

$$\boxed{\pm\sqrt{\frac{bc}{d}}\pm\sqrt{\frac{bd}{c}}\pm\sqrt{\frac{cd}{b}}=2a}\ . \qquad (14)$$

10. Să calculăm, *ca exemplu:*

$$\sqrt{37+12\sqrt{6}+6\sqrt{14}+4\sqrt{21}}.$$

Vom pune ca mai sus:

$$\sqrt{37+12\sqrt{6}+6\sqrt{14}+4\sqrt{21}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}.$$

Deducem ecuaţiile:

$$\begin{aligned} &x+y+z=37,\quad 2\sqrt{xy}=12\sqrt{6},\\ &2\sqrt{yz}=6\sqrt{14},\quad 2\sqrt{zx}=4\sqrt{21}. \end{aligned} \tag{15}$$

Ultimile ecuaţii din (15) ne dau

$$xy=216\ ,\ yz=126\ ,\ zx=84\ \therefore\ x^2y^2z^2=1512^2$$

$$\therefore\ xyz=1512.$$

Găsim apoi: $x=12$, $y=18$, $z=7$; vedem că

$$x+y+z=37.$$

Deci:

$$\sqrt{37+12\sqrt{6}+6\sqrt{14}+4\sqrt{21}}=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{7}.$$

Alt exemplu. Fie de calculat expresia:

$$E=\sqrt{a+3b+4+4\sqrt{a}-4\sqrt{3b}-2\sqrt{3ab}}.$$

Punem:

$$E=\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{z}.$$

Prin ridicarea la pătrat, căpătăm ecuaţiile:

$$x+y+z=a+3b+4\ ,\ 2\sqrt{xy}=4\sqrt{a}$$

$$2\sqrt{yz}=4\sqrt{3b}\ ,\ 2\sqrt{zx}=2\sqrt{3ab}.$$

Considerând ultimile trei ecuaţii şi având în vedere şi prima, deducem

$$x=a\ ,\ y=4\ ,\ z=3b.$$

Prin urmare avem următoarea desfacere:

$$E=2+\sqrt{a}-\sqrt{3b}.$$

(Va urma) VIRGIL CLAUDIAN.

EXERCIȚII REZOLVATE[1]

Clasa a VI-a. *Exerc. 1074. Între elementele unui triunghiu avem relația*

$$a\cos 2A = b\cos(2A - C) + c\cos(2A + B)$$

N. M.

Soluție. Relația se poate scrie sub forma

$$\cos 2A\,(a - b\cos C - c\cos B) = \sin 2A\,(b\sin C - c\sin B)$$

și fiecare paranteză este nulă.

Observare, făcută de d-l KOSTAKE TELEMAN: Identitatea este verificată dacă A este oarecare, fără nici o legătură cu triunghiul.

VI. 1077. Fie A_1, B_1, C_1 *picioarele bisectoarelor într'un triunghiu dreptunghic* ABC *și* D *punctul de intersecție al dreptelor* B_1C_1 *și* BC. *Să se arate că*

$$\overline{AB_1} = \overline{B_1C}\cdot\cos B \quad \text{și} \quad \overline{DB} = \overline{DC}\,\mathrm{tg}\,C.$$

C. I. Ț.

Soluție. După teorema bisectoarei avem

$$\frac{\overline{AB_1}}{\overline{B_1C}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \cos B.$$

Aplicăm acum teorema sinusurilor în triunghiurile BDC_1, CDB_1 și AB_1C_1 și avem

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{BC_1}} = \frac{\sin AC_1B_1}{\sin D}, \quad \frac{\overline{DC}}{\overline{CB_1}} = \frac{\sin AB_1C_1}{\sin D}, \quad \frac{\sin AC_1B_1}{\sin AB_1C_1} = \frac{\overline{AB_1}}{\overline{AC_1}}.$$

De unde:[2]

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{BC_1}}{\overline{CB_1}}\cdot\frac{\overline{AB_1}}{\overline{AC_1}} = \frac{\overline{BC_1}}{\overline{AC_1}}\cdot\frac{\overline{AB_1}}{\overline{CB_1}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\cdot\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \mathrm{tg}\,C.$$

---

1) În această rubrică publicăm numai schițe de soluții.

2) Relația întâia din rândul următor se poate obține și direct, aplicând teorema MENELAOS în triunghiul ABC tăiat de transversala DB_1C_1:

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}\cdot\frac{\overline{B_1C}}{\overline{B_1A}}\cdot\frac{\overline{C_1A}}{\overline{C_1B}} = 1.$$

De altfel D este piciorul bisectoarei, exterioare. Avem atunci, din teorema bisectoarei, dintr'odată

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \mathrm{tg}\,C.$$

Clasa a VII-a. *Exerc. 1039. Să se determine limita expresiei*

$$y = \left(\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{5x-2}} \right)^{\frac{1}{\sin (x^2-4)}}$$

când $x \to 2$.

V. C.

Soluție. Expresia se prezintă sub forma nedeterminată 1^{∞} pentru $x = 2$. Aplicăm logaritmii

$$\log y = \frac{\frac{1}{2}\log(x+2) - \frac{1}{3}\log(5x-2)}{\sin(x^2-4)}.$$

Aplicăm regula lui HOSPITAL și avem

$$\lim \log y = \lim \frac{\frac{1}{2(x+2)} - \frac{5}{3(5x-2)}}{2x\cos(x^2-4)} = -\frac{1}{48}$$

deci $y \to e^{-\frac{1}{48}}$.

VII. 1052. Să se calculeze determinantul

$$D \equiv \begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \sin 2\alpha & \cos^2\alpha \\ \sin\alpha \sin\beta & \sin(\alpha+\beta) & \cos\alpha\cos\beta \\ \sin^2\beta & \sin 2\beta & \cos^2\beta \end{vmatrix}.$$

V. C.

Soluție. Împărțim linia întâia cu $\cos^2\alpha$, pe a doua cu $\cos\alpha \cos\beta$ și pe a treia cu $\cos^2\beta$ și avem

$$D \equiv \cos^3\alpha \cos^3\beta \begin{vmatrix} \operatorname{tg}^2\alpha & 2\operatorname{tg}\alpha & 1 \\ \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta & \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta & 1 \\ \operatorname{tg}^2\beta & 2\operatorname{tg}\beta & 1 \end{vmatrix}$$

scădem linia întâia pe rând din a doua și din a treia și avem

$$D \equiv \cos^3\alpha \cos^3\beta (\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)^3 = \sin^3(\alpha-\beta).$$

VII. 1053. Dacă $|x| > 1$ *avem*

$$1 + \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2} + \ldots + \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{1}{x^{n-1}} + \ldots = \frac{x^3}{(x-1)^3}.$$

C. I. Ț.

Soluție. Ținem seama că, pentru $|q| < 1$

$$1+q+q^2+q^3+\ldots+q^{n+1}+\ldots=\frac{1}{1-q}.$$

Derivăm de două ori în raport cu q și avem

$$2+6q+\ldots+n(n+1)\,q^{n-1}=\frac{2}{(1-q)^3}.$$

Simplificăm cu 2 și facem substituția $q=\frac{1}{x}$.

VII. 1059. Să se afle

$$\lim_{x\to\infty} x\left(\sqrt[x]{\frac{2x-1}{x+1}}-1\right).$$

I. I. S.

Soluție. Expresia se prezintă sub forma nedeterminată $\infty.0$. O aşezăm sub formă convenabilă şi aplicăm regula HOSPITAL

$$\lim\frac{\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}$$

$$=\lim\frac{\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}}\left[-\frac{1}{x^2}\log\frac{2x-1}{x+1}+\frac{1}{x}\,\frac{3}{(x+1)(2x-1)}\right]}{-\frac{1}{x^2}}.$$

$$=\lim\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}}\left[\log\frac{2x-1}{x+1}-\frac{3}{(x+1)\left(2-\frac{1}{x}\right)}\right]=\log 2.$$

Exerciții generale. *Exerc. 844. Știind că*

$$E_3=(x+y+z)^5-\Sigma(-x+y+x)^5=80xyz(x^2+y^2+z^2)$$

se cere să se calculeze

$$E_4=2(x+y+z+t)^5-\Sigma(-x+y+z+t)^5$$

$$E_n=(n-2)(x_1+x_2+\ldots+x_n)^5-\Sigma(-x_1+x_2+\ldots+x_n)^5$$

M. I. A.

Soluție. Considerăm expresia

$$E_4' = 2(x+y+z+t)^5 - \Sigma(-x+y+z+t)^5 - 80(\Sigma x^2)\Sigma xyz$$

care pentru $t=0$ se anulează în baza identității E_3.

Expresia fiind simetrică în raport cu x, y, z, t, rezultă că valoarea ei va fi de forma

$$E_4' = kxyzt(x+y+z+t).$$

Determinarea lui k o facem particularizând la cazul

$$x = y = z = t = 1.$$

$$4k = 2 \cdot 4^5 - 4 \cdot 2^5 - 80 \cdot 4 \cdot 4$$

$$k = 5 \cdot 2^5 = 160$$

deci

$$E_4 = 2(x+y+z+t)^5 - \Sigma(-x+y+z+t)^5$$

$$= 80(\Sigma x^2)\Sigma xyz + 160xyzt\Sigma x = 80\Sigma x^3yz + 240\,xyzt\Sigma x$$

Procedăm la fel pentru cazul E_5, notând

$$E_5' = 3(x+y+z+t+u)^5 - \Sigma(-x+y+z+t+u)^5 - 80\Sigma x^3yz - 240\Sigma x^2yzt$$

în care făcând $u=0$, în baza lui E_4 găsim $E_5' = 0$, deci

$$E_5' = kxyztu$$

Făcând $x=y=z=t=u=1$ găsim

$$k = 3 \cdot 5^5 - 5 \cdot 3^5 - 80 \cdot 5 \cdot 6 - 240 \cdot 5 \cdot 4$$

$$k = 960$$

deci

$$E_5 = 3(x+y+z+t+u)^5 - \Sigma(-x+y+z+t+u)^5$$

$$= 80[\Sigma x^3yz + 3\Sigma x^2yzt + 12xyztu]$$

In general admițând că relația este adevărată pentru E_{n-1}, va fi adevărată și pentru E_n

$$E_n = (n-2)(x_1+x_2+..+x_n)^5 - \Sigma(-x_1+x_2+..+x_n)^5$$

$$= 80[\Sigma x_1^3x_2x_3 + 3\Sigma x_1^2x_2x_3x_4 + 12\Sigma x_1x_2x_3x_4x_5]$$

căci se anulează pentru cele n valori $x_i = 0$, iar pentru

$$x_1 = x_2 = .. = x_n = 1$$

avem

$$(n-2)n^5 - n(n-2)^5 = 80[n\,C_{n-1}^2 + 3n\,C_{n-1}^3 + 12\,C_n^5]$$

egalitate ușor de verificat.

M. I. A.

E. G. 858. Să se arate că suprafața unui paralelogram este dată de relațiile

$$S = \frac{a^2 - b^2}{2\operatorname{cotg}\varphi} = \frac{d_1^2 \quad d_2^2}{4\operatorname{cotg}\theta}$$

unde a *și* b *sunt laturile;* d_1 *și* d_2 *diagonalele;* φ *este unghiul format de diagonale; iar* θ *este unghiul format de laturi.*

C. I. Ț.

Soluție. Avem relațiile

$$a^2 = \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} + \frac{d_1 d_2}{2}\cos\varphi \quad , \quad b^2 = \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4} - \frac{d_1 d_2}{2}\cos\varphi$$

deci

$$a^2 - b^2 = d_1 d_2 \cos\varphi.$$

De asemenea

$$d_1^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta \quad , \quad d_2^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

deci

$$d_1^2 - d_2^2 = 4ab\cos\theta.$$

Pe de altă parte

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi = ab\sin\theta$$

ceea ce justifică enunțul.

Până la 5 Decembrie 1948, am primit soluții bune la exercițiile propuse în numerele 1, 2, 3, vol. XV, dela[1]:

Liceul teoretic de băieți, Arad.

Clasa a XI-a: Pernevan Stelian (XI: 994, 5, 6*, 7, 8, 9, 1001, 8, 10, E. G.: 871; A: 8).

Liceul teoretic de băieți, Bacău.

Clasa a X-a: Bocu V. Mircea (X: 1071, 2); Tomescu C. Gh. (X: 991*, 1004, A: 5).

Liceul „Orfelinat", Bistrița-Vâlcea.

Clasa a VI-a: Drăgănescu I. Viorica (VI: 2, 3); Dumitrescu I. Constantin (VI: 5, VII: 364, 7); Fulga D. Dumitru (VI: 2, 3); Gologan O. Paraschiv (VI: 3); Monafu I. Sever (VI: 5; VIII: 1091); Popescu Gr. Elena (VI: 2, 3, VII: 364, 7); Zarescu F. Elena (VI: 2, 3).

Clasa a VII-a: Gângu Aurelia (VII: 364*, 7).

---

[1]) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu foarte bine rezolvat și foarte îngrijit redactat.

Clasa a VIII-a: BĂLUȚEANU I. EUGENIA (VIII: 1087, 96); ENĂCHESCU A. ADINA (VIII: 1085, 7, 8, 96, 7); OPRIȘ D. VIORICA (VIII: 1096, 7); POSTESCU ANA (VIII: 1091, 7); SMEU I. ELENA (VIII: 1096, 7).

Liceul mixt, Blaj.

Clasa a XI-a: MĂRGINEAN A. GHEORGHE (XI: 994, 7, 9, A: 1, 4, 5).

Liceul teoretic de băieți, Brăila.

Clasa a XI-a: MOROIANU D. AUREL (XI: 991*, 2*, 3*, 4, 5, 6*, 7*, 8, 9*, 1000, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 1, 2, 4, 7, E. G.: 871, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 9, 80*, 1, 2, 5*, 97, A: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8*, 13); RĂDULESCU A. TRAIAN (XI: 991, 4, 7, 8, 1000, 1, 2, 8*, E. G.: 872).

Liceul teoretic de fete Nr. 1, București.

Clasa a VIII-a: NĂSTASE C. A. (VIII: 1081, 2*, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8, 9, 90*, 1, 2*, 3*, 4*, 6, 7, 8, 9*, 100*, IX: 1101*, 2, 3, 4*, 7*, 12*, 5, 20*, E. G.: 871*, 2, 3*, 85*, A: 4*, 5*).

Clasa a X-a: CRISTESCU I. SMARANDA (X: 1061*, 2*, 3, 71, VIII: 1001, 6, 10, E. G.: 885); ILIE R. RUXANDRA (X: 1063, 5*, 7*, 8*); PETCU AL. LUCIA (X: 1063, 5*, 6, 7*, 8*, 71, 2, 3*, 5, 6, 7, 8*, XI: 1001*, E. G.: 871*, A: 2*, 5*, 6*).

Liceul teoretic de fete Nr. 2, București.

Clasa a XI-a: OPRESCU M. GEORGETA (XI: 994, 7).

Liceul teoretic de fete Nr. 3, București.

Clasa a VIII-a: GEORGESCU MARIA (VIII: 1096, 7).

Liceul teoretic de fete Nr. 8, București.

Clasa a XI-a: PETRESCU GH. LUCREȚIA (XI: 995, 8, E. G.: 871, 85).

Liceul teoretic de fete Nr. 9, București

Clasa a VIII-a: BUZENCHI C. JOSETTE (VIII: 1087, 91, 4).

Liceul teoretic de fete Nr. 10, București.

Clasa a VIII-a: NEGOIȚĂ O. MARGARETA (VIII: 1085, 7, 9, 96, 7, 8).

Clasa a X-a: BOTEZ A. SANDA (X: 1063, 5, 7, 8); GEORGESCU M. MIHAELA (X: 1063, 5, 6, 7, 8, 71, 5, 6, 7); PÂRVU ILEANA (X: 1063, 4*, 5, 7*, 8*, 9); POPESCU MĂLĂEȘTI P. VERONICA (X: 1062, 3, 5, 6, 7, 8, 71, 5*, 6, 7).

Liceul teoretic de fete Nr. 12, București.

Clasa a VIII-a: POMPONIU I. ANCA (VIII: 1096, 8, IX: 1118); PROTOPOPESCU E. MARIETA (VIII: 1082, 3, 5, 8, 91, 2, 3, 4, 5, 6, 100*, 7, 9, IX: 1118).

Clasa a XI-a: NICOLESCU M. LILI (XI: 995*, 6, 7, 9*, 1006, 8*, 13*).

Liceul teoretic de fete Nr. 13, București.

Clasa a VIII-a: NICOLESCU A. ILEANA (VIII: 1094*, 5*, 6, 7, 8, 100*, 12, 4, 20*).

Clasa a IX-a: PLOSCARU N. LIVIA (IX: 1103, 4).

Școala elementară Nr. 2, București.

Clasa a VII-a: PIEPTĂNATU GR. ELENA (VII: 369).

Şcoala elementară de fete, Băneasa-Bucureşti

Clasa a V-a: ALBEANU N. CORNELIA (VI: 4*); CONSTANTINESCU V. AURA (VI: 2, 5); CONSTANTINESCU O. MARIANA (VI: 2*, 4*, 5*, 6*); CUCU V. CORNELIA (VI: 5); DAVID A. ANA (VI: 2); DIACONESCU C. SILVIA (VI: 2, 4*, 5); DUMITRESCU V. DORINA (VI: 2, 5); FLACS S. MARGARETA (VI: 4); GEORGESCU E. ILEANA (VI: 2, 4*, 5, 6*); GHEORGHE M. VASILICA (VI: 2, 4*, 5, 6*); GHEORGHIU Ş. CORALIA (VI: 2, 5); HAŞCHE A. ELENA (VI: 2, 5); POPESCU I. FLORICA (VI: 5); VENCU G. ELENA (VI: 2).

Clasa a VI-a: ANDREI S. MARIA (VI: 5, 6*); CHIRIŢOIU I. MARIA (VI: 5); CRĂCIUN I. MARIA (VII: 364); OLARU V. GABRIELA (VI: 5, VII: 364, 8); PIRNOG V. STELA (VI: 5); RADU M. ELENA (VI: 5, 6*, VII: 364, 8); VENCU T. ELENA (VI: 5); VINTERLIC I. ANA (VI: 5, VII: 364, 8).

Clasa a VII-a: CATRINA I. ELENA (VII: 368); COANTĂ E. ELENA (VII: 367, 8, VIII: 1091); DOBRICĂ MELANIA (VII: 367); DUMITRESCU GR. VIRGINIA (VII: 367, 8); RAŢĂ V. LIA (VII: 367); WEISER H. MARGOT (VII: 367).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 1, Bucureşti.

Clasa a X-a: IANCULESCU R. GH. (X: 1061, 4*, 5* 6, 7*, 8, 9, 71, 2, 3*, 5*, 6, 7, 8*, 9*, 80, 1, 2, 3, 4, 5*, XI: 992, 6*, 1004, 10, E. G.: 878*, 91, A: 1*, 2*); SCHLOMIUK H. NORBERT (X: 1062, 3, 5, 71, 2, 3, 6. 7, 81, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, XI: 1010).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: FRĂSIN C. RADU (VIII: 1087, 8, 91, 6, 7, 100*); LUMÂNARE N. FLOREA (VIII: 1082*, 4*, 9*, 99*, 103*, 6*, 8*, 9, 14, X: 1071, 2, E. G.: 872); PIRAM I. MAURICIU (VIII: 1083, 7, 97, 8); ROITMAN N. ILI (VIII: 1086, 101*, 2, 3, 4, 5, 7*, 8, 9, 24*, X: 1061); ZAIDMAN D. SAMI (VIII: 1103, 9, IX: 1115, 24, 5, E. G.: 885).

Clasa a X-a: GRAMA N. NICOLAE (X: 1061, 2*, 3, 5*, 6, 7*, 8*, 9*, E. G.: 887*).

Clasa a XI-a: GEORGIAN N. NICOLAE (XI: 991*, 2*, 4, 5*, 8, 1000, 8); GHIDIONESCU SERGIU (XI: 991, 2*, 3, 4, 5, 6*, 7*, 1000, 4, 10, E. G.: 871); LENZ N. FRIEDRICH (XI: 1002, 7*, 11, E. G.: 873*, 85*, 95*, 8*, A: 14*, 15); MARINEANU I. NICULAE (XI: 991*, 6*, 1001, 2, 3, 4*, 6, 7*, 8*, 10, E. G.: 871*, 2, 85*, A.: 4); MORARU E. VALERIU (XI: 991*, 2*, 3, 6*, 1001, 2, 6, E. G.: 871, 3*, 7*, A: 5*); PĂUNESCU ŞT. GH. (XI: 1002, 5, 6, 11*, E. G.: 878*, 89*, 98*, 90, 900*, A: 3, 4, 5*, 15).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 3, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: IONESCU-BUJOR C. CLAUDIU (VIII: 1081*, 2*, 3*, 5, 6*, 7, 8, 9*, 90*, IX: 1102*, 3, 4*); NICOLESCU C. MIRCEA (VIII: 1085, 7, 8, 9, 91, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 100, 2, 3, 4, 8, 9, X: 1089); POPOVICI E. MIREL (VIII: 1085, 6, 7, 9*, 90*, 5, 101, 2, 3, 7, 20*).

Clasa a IX-a: ISTODOR C. VALENTIN (IX: 1101*, 2*, 3*, 4*, 5, 7*, 10*, 1, 2, 5, X: 1061, 2, 3, 72, A: 4, 5*); TOMESCU GH. MIRCEA (IX: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 2, 3, 4, 5, 7, X: 1071, 2, XI: 994, 1001, 4, 6, 10, A: 5, E. G.: 885).

Clasa a XI-a: NEDELCU M. MIHAIL. (XI: 992).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 7, Bucureşti.

Clasa a VII-a: MONCIUNSCHI B. PETRE (VII: 364, 5, 6*, VIII: 1083*, IX: 1107*, X: 1069*, E. G.: 873*, 4*, A: 4); POPESCU M. CĂLIN (VII: 364, 5*, 6*, VIII: 1083); POPOVICI P. MIHAIL (VII: 367, 9, 71*, 2, VIII: 1083*); SANDU I. DORIN (VII: 365, 6*, 9, VIII: 1107, E. G.: 871); ZANE GH. RADU (VII: 365, 6).

Clasa a X-a: DELEANU I. ARISTIDE (X: 1062, 4*, 5*, 9*, XI: 996*, E. G.: 872, 4*, 6*, 7*, 8*); VISARION A. VIOREL (X: 1062, 3, 5*, 8*, XI: 991*, 6*, E. G.: 871*, 8*, A: 2*, 4, 5*); ZĂNESCU A. LIVIU (X: 1065*, 71, 5*, 6, 9*, 18, 2, 3, 4, 7*, 8*, XI: 991*, 1010, E. G.: 878*, 89*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 8, București.

Clasa a XI-a: CORCIOVEI I. ARETIN (XI: 1001, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, E. G.: 881, 3*, 5, 6, 7, 8, 9*, A: 6, 8, 10*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 10, București.

Clasa a XI-a: MUȘAT ȘT. IOAN (XI: 996*, 1001, 2, 3, 4*, 6, 8*, 10, E. G.: 871*, 2, A: 4).

Liceul teoretic de băieți Nr. 13, București.

Clasa a X-a: GHEORGHE Z. DUMITRU (X: 1071, 2, 6, 81, 2, 3, 4, 5, 7*, 8*, 9, XI: 1006, 10, E. G.: 885, 91, 5*, 6).

Școala tehnică pentru Industria Lemnului, București.

Clasa a X-a: ȚURCANU D. CONSTANTIN (X: 1061, 2, 3, 6, 7*, 9*, XI: 991*, 6*, A: 1*, 4).

Școala elementară Nr. 7, București.

Clasa a VII-a: COROIAN A. ALEXANDRU (VII: 364*, 5*, 6*, 7, 8*, 9*, 70, 1, 2, VIII: 1083*, 92*, 3*, 103*, 7).

Școala elementară Nr. 8, București.

Clasa a VII-a: IONESCU-BUJOR C. ODIN (VII: 364*, 5*, 6*, 7, 8*, 72).

Școala elementară Nr. 22, București.

Clasa a VII-a: BLĂNARU GH. DAN (VII: 365*, 71*).

Școala elementară Nr. 27, București.

Clasa a VI-a: BAICU PETRE (VIII: 1098); NIȚU I. DUMITRU (VIII: 1098); TOMESCU ANTON (VIII: 1098).

Clasa a VII-a: GÂLCEAVĂ B. ION (VII: 364); IOSA ALEXANDRU (VII: 370); NISTOR V. FLORIN (VII: 364, 8*, VIII: 1098); STANCU GHEORGHE (VII: 364, 70, 6, VIII: 1085, 98); TOMA ROMEO (VII: 364, 70).

Școala elementară Nr. 42, București.

Clasa a VI-a: DUP MIRCEA (VIII: 1087, 8, 97, 8, IX: 1112); TOMESCU ANTON (VI: 3).

Clasa a VII-a: CĂLIN C. CONSTANTIN (VIII: 1088, 97, IX: 1112); MARINESCU VALERIU (VIII: 1085, 97, 8, IX: 1112, 4); STANCU GHEORGHE (VII: 364, VIII: 1097, IX: 1112); TRIFU LUDOVIC (VIII: 1096, 7).

Particulari, București.

Clasa a X-a: TELEMAN A. SILVIU (X: 1061, 2, 3, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9*, 70*, 1, 2, 3*, 4, 5*, 6, 7, 8*, 9*, 80*, 1, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 8*, 9, XI: 991*, 2*, 3*, 4, 5*, 6*, 7*, 8, 9*, 1000, 1*, 2, 4*, 5, 6, 7, 8*, 10, 1*, 2*, 3*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, E. G.: 871*, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8, 9*, 80*, 1*, 2*, 3*, 5*, 6, 9*, 90*, 1, 2, 5*, 6, 7*, 8*, 9*, 900*, A: 1*, 2*, 4, 5*, 6*, 7*, 9, 10*, 11, 2*, 3, 4*, 5).

Liceul teoretic de băieți, Buzău

Clasa a IX-a: CERNAT N. AUREL (IX: 1102, 5, 7, 9, 10, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 20, X: 1061, 2, 3, 4, 6, 8, 71, 2, 3, 4, 5, 6, 80, XI: 991, 2, 4, 7, 1002, 5, 6, 8, 9, 10, E. G.: 871, 2, 3, 4, 9, 81, 2, 5, A: 4, 5).

Clasa a X-a: STOIAN N. DIMITRIE (X: 1061, 2, 3, 6, 71, 2, 3, 5, 6, 7, 81, 2, 3, 4, 7, XI: 992, 1001).

Liceul de băieți din Călărași, Ialomița.

Clasa a X-a: GOICEA I. IOAN (X: 1071, 2, 3*, 4); POPESCU I. GHEORGHE (X: 1063, 71, 2, 3, 81).

Liceul de băieți, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VII-a: CRISTESCU G. MIRCEA (VII: 364).
Clasa a IX-a: VIȘOIU A. GHEORGHE (IX: 1101, 12, 3, 4*, 5, 6, 7, 22, 4, X: 1071, 2, E. G.: 874, 85).

Liceul Tehnică Mecanică, Caracal.

Clasa a IX-a: ION I. DUMITRU (IX: 1101, 2, 3*, 14*, 5, X: 1063, 71).

Liceul mixt, Caransebeș.

Clasa a XI-a: CERNUȘEN A. LEONIDA (XI: 992, 7, 1000, 1, 7, 8, E. G.: 896).

Liceul teoretic de fete Nr. 1 Cluj.

Clasa a VIII-a: MOLDOVEANU I. GEORGETA (VIII: 1087*, 96*, 7*).

Liceul „Mircea cel Bătrân", Constanța.

Clasa a X-a: COMĂNESCU I. VALERIU (X: 1061, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, XI: 991, 2, 4*, 5*, 7, 9*, 1000, E. G.: 872, 8, 80, A: 4, 5).

Liceul de fete Nr. 1, Craiova.

Clasa a VIII-a: GRAUR E. DOINA (VIII: 1085, 8, 9*, 91*, 6*, 7, 8); GRIGORAȘCU I. NICULINA (VIII: 1087*, 9*, 91*, 6*, 7*, 8; A: 5); MARINESCU I. CALIOPI (VIII: 1085, 7, 91*, 6*, 7, 8).

Colegiul popular „N. Bălcescu", Craiova.

Clasa a X-a: FĂCĂOARU GH. IOAN (X: 1061*, 2, 3, 4*, 5, 6, 7, 8*, 9*, 71, 2, 3, 5, 6*, 7, 8*, 9*, XI: 991, 2, 3, 5*, 6*, 1001, 2, E. G.: 871*, 2*, 3*, 8*, 9*, 85*, 9, A: 1, 2, 4, 5).

Școala Medie de Energie Electrică, Craiova.

Anul al II-lea: CRĂINICEANU DUMITRU (IX: 1101*, 2, 3, 4, 5, 13, 4*).

Liceul de băieți din Oradea-Mare

Clasa a IX-a: CIUPA L. SORIN (IX: 1101, 4, 7, 10, 2*, 3, 4*, 5, 7, X: 1063).
Clasa a X-a: MALITA T. IOAN (X: 1061, 2*, 3, 7, 8, 9, 71, 2, 5, 6*, 81*, 2*, 3, 4, 5, XI: 992, E. G.: 873); ȘUTA I. MIHAI (X: 1061, 2*, 3, 4, 6, 7, 8, 71, 2, 3*, 6*, 7, 8*, 81*, 2*, 3, 4, 5, 7, 9*, XI: 991, 2, 3, 4, 6*, 7, 8, 1001, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10*, E. G.: 878*, 86, 7, 96, 7*, 8, A: 4).
Clasa a XI-a: POPA F. PAVEL (XI: 991, 4, 9); VIDICAN G. ION (XI: 991, 2, 7, 8, 9*, 1000, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, E. G.: 873).

Liceul mixt din Oravița.

Clasa a XI-a: CIORTUZ N. IOSIF (XI: 1000, 4, 8, A: 5).

Liceul de băieți din Pitești.

Clasa a VIII-a: STĂNESCU A. VIOREL (VIII: 1084, 9*, 90, 9*, IX: 1002, 10, 2, 5, 9*, X: 1071, 5*, XI: 1006).

Clasa a X-a: ANDREESCU C. SERGIU (X: 1061, 2*, 3, 8, 71, 2*, 3, XI: 1006*, 10*, E. G.: 871*, A: 4, 5); DUNĂ D. GHEORGHE (X: 1061, 2, 3, 4, 5, 6, 71, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, XI: 991, 2, 6*, 1001, 2, 5, 6, E. G.: 885, A: 4. 5); PETCU G. MIHAI (X: 1061, 3, 9*, 71, 5, 82, E. G.: 871*, A: 4, 5, 11).

Clasa a XI-a: BUNESCU S. CONST. (XI: 992, 4, 5*, 7, 8, 9, 1000, 1, 7, 10*, E. G.: 871*, 3*, A: 4, 5); NEDELESCU D. PETRE (XI: 991, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, 9*, 1000, E. G.: 871*, 8*, 9*, A: 4, 5); TEODORESCU M. LUCIAN (XI: 992, 5, 6, 7, 8, 1000, E. G.: 871*, 3*, 4*, 6*, 7*, 9, A: 5).

Liceul de băieți din Ploești.

Clasa a VII-a: HUREZEANU C. (VII: 363); NESTOR A. AURELIAN (VII: 371); ROȘCA N. VLAD (VII: 364); STROE B. SORIN (VII: 364); POPESCU C. VALENTIN (VIII: 1094, 110)); ZARGES R. UWE (VIII: 1081, 5, 7, 8).

Clasa a IX-a: BURDULOIU I. TRAIAN (IX: 1101, 2, 3); CĂLINESCU I. BOGDAN (IX: 1101, 2, 3, 7, 12, 4, 5, 9, 24, X: 1071); CÂRCIOIU N. AL. (IX: 1101, 2, 3, 4); CREȚESCU A. RENÉ (IX: 1102, 3, 7, 10, 5); GEORGESCU C. ERMIN (IX: 1102, 6); GHEORGHIU V. VASILE (IX: 1101, 2, 3, 6, 14, 5, 6, X: 10 2, 3, 6, 7*, 8, 71); NICODINESCU GH. GHEORGHE (IX: 1101, 2, 3, 5, 15); NEAGOE I. DUMITRU (IX: 1101, 2, 3, 15, 7); PĂSCULESCU T. DAN (IX: 1102, 15).

Clasa a XI-a: RANATESCU D. LUCIAN (XI: 997, 1008).

Liceul mixt, Râmnicul-Sărat.

Clasa a VI-a: SCHÄCHTER M. RUBIN (VI: 2, 4, 8); SĂRARU DUMITRU (VI: 4, 5).

Clasa a VII-a: LĂPTOIU A. CONST. (VII: 364, 5, 6, 7); MURGOCI E. COSTICĂ (VII: 364, 5, 6, 7); SLAVASTON C. GHEORGHE (VII: 364, 5, 6, 7).

Clasa a VIII-a: BARAC V. NICOLAE (VIII: 1081, 5, 1, 6); BOICU I. SILVIA (VIII: 1081*, 91, 2, 7); CRĂCIUN D. IOLANDA (VIII: 1081, 3*, 5, 92*, 3*, 8, 100); CODREANU C. PETRE (VIII: 1083, 91, 2, 3*); CHIRICUȚĂ ALEXANDRU (VIII: 1081, 3, 5, 6*, 7, 8, 9); DINEAȚĂ M. PETRICĂ (VIII: 1085, 9, 91, 4, 5, 6*, 7, 100); GOGESCU C. VIORICA (VIII: 1081, 2*, 91, A: 9); GRIGOROȘCUȚA I. AURELIA (VIII: 1081, 2*, 4*, 5); IONESCU V. MIRCEA (VIII: 1081, 3); JAN G. VASILE (VIII: 1083, 91); MĂNUCĂ C. GHEORGHE (VIII: 1085, 8, 96, 7*); MARIN N. TITU (VIII: 1081, 2, 3, 7); MIHALCEA S. OLIMPIA (VIII: 1093, 5*, 7*); POPESCU B. PETRICĂ (VIII: 1081, 3, 91, 2, 4, 110, A: 9); SLUTU M. ION (VIII: 1081, 3*, 92, 3); ȘTEFĂNESCU I. MARIOARA (VIII: 1081, 5, 100); SCHÄCHTER M. ARON (VIII: 1081, 3*, 6*, 8, 93, 6, 7, 8, IX: 1112); URECHE ST. TEODOR (VIII: 1081, 3*, 91); UNGUREANU EMIL (VIII: 1081, 2, 7, 9, 91, 4, 6, 7, 8); SANDU I. AGATA (VIII: 1092*, 3*, 4, 100); STAN ION (VIII: 1091, 6, 7).

Clasa a IX-a: DRĂGAN FĂNICĂ (IX: 1115, 7, 22, 4, 6); DRĂGULESCU C. MITICĂ (IX: 1122, 4, 30, X: 1083, A: 9); GRIGORIU B. ION (IX: 1102, 1104*, 12, 4*); IONESCU N. MIRCEA (IX: 1110*, 8, 22, A: 9); LĂPTOIU G. IONEL (IX: 1102, 3, 4*, 7*, 9, 10, 8, 9, 20, 2, 30, A: 9); ISOFACHE N. ARISTIDE (IX: 1110, 9, 18, 20, 30, A: 9); SARE CONSTANTIN (IX: 1104, 10, 4, 7, 22, 3, 4); STOIAN R. MARIN (IX: 1102, 3, 4, 7*, 10, 2, 3, 8, 24); ȘCHEANA C. VICTORIA (IX: 1102, 12, 3, 7, 22*); VOICU ADELA (IX: 1103, 7*, 12*, 3); STOG D. ILIE (IX: 1109, 11, 7, 8, 20, 2, 30, A: 5); VASILE I. ECATERINA (IX: 1102, 7, 12, 3).

Clasa a X-a: BADEA A. VIRGIL (X: 1061, 2, 3, 6, 71, 2, 5, 7, 83, 4, 7, XI: 1010, A: 4, 9); ASĂNACHE V. NICOLAE (X: 1063, 81, 2, 3); MANEA ȘT. DIMA (X: 1071*, 2*, 3, 81*, 2*, XI: 1010); MARIN I. OCTAVIAN (X: 1063, 6, 8, 71, 2*, 5, 6, 7, 81*, 2*, 3, 4*, XI: 1002, 10, E. G.: 871. 7).

Clasa a XI-a: BUTEREZ NICOLAE (XI: 995, 7, 8, 9, 1007, 8, 10); IORGU N. JANA (XI: 991, 5, 7, 9, 1000, 7, 8, 10, A: 9); VELEA M. EUGEN (XI: 993, 1001, 7, 8, 10, E. G.: 885).

Liceul de băieţi din Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a X-a: MARZAN D. EMIL (X: 1071, 2, 3*, 4, 6, 7*, 8, 80, XI: 1010, A: 7).

Liceul „Radu Greceanu", Slatina-Olt.

Clasa a X-a: STERE C. IOAN (X: 1061, 71, 2, 5, 6, 7, A: 5, 8).

Şcoala Tehnică Agricolă Streharet, Slatina Olt.

Anul I-iu: IORDAN C. MILEN (VIII: 1085, 6, 7*, 8, IX: 1102).

Liceul de fete Carabela, Târgovişte.

Clasa a VIII-a: COSTĂCHESCU I. CONSTANŢA (VIII: 1086, 7*, 8*).

Liceul „Enăchiţă Văcărescu", Târgovişte.

Clasa a IX-a: DAVIDOIU I. VALERIU (IX: 1101, 2, 3, 4); OLTEANU M. GH. (IX: 1101, 2, 3*, 4, 5, X: 1081); PARASCHIV GH. ION (IX: 1101, 4, 5*, 13*, X: 1083).

Liceul de băieţi Nr. 1, Târgu-Mureş.

Clasa a XI-a: CONSTANTINESCU L. LUCIAN (XI: 1001, 4, 5, 6, 8*); PARAGINĂ G. THEODOR (XI: 997, 1000, 1, 7, 8).

Liceul de băieţi din Târgu-Jiu

Clasa a IX-a: BĂDILĂ C. NICOLAE (IX: 1104, X: 1061, 71, 2, XI: 994, E. G.: 871); BOTU B. BARBU (IX: 1101, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7*, 9, 10, XI: 994, E. G.: 871); CRÂNGULESCU N. NICOLAE (IX: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7, X: 1061, 71, 2, XI: 994, E. G.: 871); FIRULESCU CONSTANTIN (IX: 1100, 2, 3, 4, 6, 7*, 9, XI: 994, E. G.: 871); GUŢILĂ ADRIAN (IX: 1101, 2, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 14, X: 1071, 2, XI: 994, E. G.: 871); PETIŞTEANU C. ION (IX: 1101*, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7*, 9, 10, XI: 994, E. G.: 871); POPESCU D. ION (IX: 1102, 3, 4, 5*, 6, 7, 9*, XI: 994, E. G.: 871); POPESCU V. NICOLAE (IX: 1101, 2, 3, 5*, 6, 7, 9, E. G.: 871).

Clasa a X-a: NIFON L. ANDREI (X: 1061, 2, 3, 8, 71, 2, 3, 5, 6, 81, 2, 7, XI: 997, 1000, 1, 10, E. G.: 885).

Clasa a XI-a: BLEJAN A. GHEORGHE (XI: 992, 4, 7).

Liceul teoretic de fete Timişoara.

Clasa a VII-a: GOLGOŢĂ A. ALEXANDRA (VII: 364); GHERMĂNESCU M. LUCIA (VII: 364*, 5*, 6, 7, 8*, 9*, VIII: 1083).

Clasa a VIII-a: GHERMĂNESCU M. MIHAELA (VIII: 1081*, 3, 7*, 90*).

Clasa a IX-a: GÂRLEŞTEANU M. HORTENSIA (IX: 1102, 12, 3, 4, 5, 9*, 20*).

Clasa a XI-a: POD I. LIVIA (XI: 997*, 9, 1008).

Liceul teoretic Nr. 1, Timişoara.

Clasa a VIII-a: MOISE N. NICOLAE (VIII: 1081, 91, 6, 7, 100, E. G.: 871); NICOLAIDE V. COSTIN (VIII: 1096, 7, 8, IX: 1112, 3); SZÉKELY M. GHEORGHE (VIII 1085, 7, 8, 91, 6, 7, IX: 1112).

Clasa a IX-a: COJOCARU S. VALENTIN (IX: 1102, 3, 5, 7, 8*, E. G.: 871, 2); PASCADI IOAN (IX: 1102*, 3, 7*, 9, X: 1069*, E. G.: 871).

Clasa a X-a: HURSCHITT M. ERICH (X: 1061, 3, 5, 71, XI: 991).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Aprilie 1949

Clasa a VI-a. *Exerc. 10.* O gospodină cumpără 100 kg. de cartofi dela o căruță de pe stradă, plătind 15 lei pe kg. A doua zi împrumută un cântar dela vecini și cântărind cartofii găsește numai 80 kg. Dacă ar fi cumpărat cartofii din piață, dela un Magazin de Stat, n'ar fi avut nici o lipsă la cântar și ar fi plătit 5 lei pe kg. Ce pagubă a avut, prin graba cumpărării dela un vânzător fără cântar verificat?

GH. B.

VI. 11. Să se arate că

$$1949^3 - 1949^2 = 1948^2 + 1948^3 + 1948 \times 1949.$$

N. M.

VI. 12. Să se arate că numărul 1949 este prim.

N. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 373.* Un elev dă pe cărți, caiete și rechizite 2.500 lei. Știind că $\frac{2}{5}$ din costul cărților reprezintă costul caietelor și că $\frac{2}{3}$ din costul caietelor reprezintă costul rechizitelor, să se afle cât a dat pentru fiecare.

E. M.

VII. 374. Să se calculeze media proporțională a expresiilor

$$\frac{5+\frac{4}{3}}{1+\frac{2}{5+\frac{4}{3+\frac{1}{2}}}} \times \frac{43}{7} \quad ; \quad \frac{5-\frac{4}{3}}{1+\frac{2}{5-\frac{4}{3-\frac{1}{2}}}} : 5.$$

H. D.

VII. 375. Să se determine numărul x, știind că

$$\frac{16+x}{20} = \frac{x+1}{8}.$$

N. M.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1111.* Să se arate că:

$$1 \pm ab = \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} + (a \pm b)^2$$

$$1 \mp ab = \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} - (a \pm b)^2.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1112. Să se arate că

$$(2x^2+6x+5)(2x^2+2x+1) - 1 = 4(x+1)^4.$$

Ce devine identitatea, dacă înlocuim $x+1=y$?

N. M.

VIII. 1113. Să se arate că avem identitatea

$$\Sigma\, x(y-z)(xy+xz-2yz)^2 = -9xyz(x-y)(y-z)(z-x).$$

V. C.

VIII. 1114. Să se arate că avem identitatea

$$\Sigma\,(x-y)(x^2+xy+xz+2yz)(y^2+yz+xy+2xz) = (x+y+z)^2(x-y)(y-z)(z-x).$$

V. C.

VIII. 1115. Dacă $(a-1)(c-1) = (b-1)(d-1)$, avem:

$$\frac{a+b-2}{c+d-2} + \frac{a-b}{c-d} = 0.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1116. Să se arate că oricare ar fi x, y, z, avem

$$\frac{\Sigma \frac{(x+1)(y+1)}{(x-1)(y-1)} - 3}{\Sigma \frac{(x+1)(y+1)}{(x-1)(y-1)} + 1} = \frac{xy+yz+zx-x-y-z}{xyz-1}.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1117. Dacă $i = \sqrt{-1}$ atunci suma

$$\frac{i}{1-i} + \frac{1-i}{2}$$

este nulă

GH. B.

VIII. 1118. Expresia $(1+a)^2(1+a^2+a^4)^2 - a^5$ se divide prin

$$1+a+a^2+a^3+a^4+a^5+a^6.$$

I. I. S.

VIII 1119. Să se construiască un trapez ⏢eptunghiu ABCD (AB înălțimea), astfel ca diagonalele AC, BD să fie perpendiculare una pe alta. Se prelungește baza CB, dincolo de vârful B, cu segmentul BE = AD și să se arate că punctele A, C, E sunt pe un semicerc.

O. N. Ț.

VIII. 1120. Într'un triunghiu dreptunghic putem avea deodată:

$$a > c + \frac{b}{2} \quad ; \quad a > b + \frac{c}{2} \ ?$$

G. D. S.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1131.* Să se rezolve ecuația

$$\sqrt[3]{a^2 - \sqrt[4]{x}} + \sqrt[3]{a^2 + \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{2a^2}.$$

V. C.

IX. 1132. Să se afle o progresie geometrică cu 4 termeni știind că suma patratelor termenilor al doilea și al patrulea este 272, iar suma patratelor primului și celui de al treilea termen este 68.

V. C.

IX. 1133. Patru numere sunt în progresie geometrică. Știind că suma primelor două numere este 4, iar suma ultimelor două este 36; să se determine aceste numere.

E. M.

IX. 1134. Să se determine progresia geometrică de 6 termeni în care patratul termenului al 3-lea este egal cu termenul ultim, iar suma primilor doi termeni este egală cu 3/4 din termenul al treilea.

I. I. S.

IX. 1135. Să se determine progresia aritmetică de 3 termeni în care câtul dintre termenii extremi este egal cu termenul mediu micșorat cu 1, iar suma produselor termenilor luați câte doi este 156.

I. I. S.

IX. 1136. Să se arate că dacă $|x| < 1$, avem

$$\frac{1-x^2}{1-x^3} = 1-(1-x)x^2(1+x^3+x^6+x^9+\ldots)$$

$$\frac{1+x^2}{1+x} = (1-x+x^2-x^3)(1+x^2+x^4+x^6+\ldots) =$$

$$= \frac{1}{(1+x-x^2-x^3)(1+x^4+x^8+x^{12}+\ldots)}.$$

C. I. T.

IX. 1137. Să se calculeze expresiunea

$$\log_7\left(\sqrt{343:49^{-\frac{3}{2}}}\right) - \log_8\left(128\sqrt[4]{2\times 4^{-\frac{5}{6}}}\right).$$

V. C.

IX. 1138. Se dă un cerc O cu raza R şi o tangentă în punctul fix A al cercului. Pe această tangentă, se iau de o parte şi de alta a punctului A, punctele M şi N astfel ca $AM = AN = a$. Din M şi N se duc din nou tangentele la cerc, până se taie în P. Să se afle AP şi MP.

V. C.

IX. 1139. Intr'un triunghiu ABC dreptunghic în A, perpendiculara din B pe BC taie perpendiculara din C pe AC în punctul D, perpendiculara din D pe DC taie perpendiculara din C pe BC în punctul E, perpendiculara din E pe EC taie pe AC în punctul F şi perpendiculara din F pe FC taie pe BC în punctul G. Să se arate că:

1) Trapezele ABDC şi DEFC sunt asemenea.

2) Trapezele BDEC şi EFGC sunt asemenea.

C. I. T.

IX. 1140. Să se arate că A, B, C fiind unghiurile unui triunghiu oarecare avem relaţiile:

$$\cos\left(A+\frac{C}{2}\right)+\cos\left(B+\frac{C}{2}\right)=0 \;;\; \operatorname{tg}\left(A+\frac{C}{2}\right)+\operatorname{tg}\left(B+\frac{C}{2}\right)=0$$

$$\sin\left(A+\frac{C}{2}\right)=\cos\frac{A-B}{2} \;;\; \sin\left(A+\frac{B+C}{4}\right)=\cos\left(\frac{A}{2}-\frac{B+C}{4}\right)$$

$$\sin\left(A+\frac{B+2C}{6}\right)=\cos\left(\frac{A}{2}-\frac{C+2B}{6}\right);$$

$$\sin\left(A+\frac{B+3C}{8}\right)=\cos\left(\frac{A}{2}-\frac{3B+C}{8}\right).$$

C. I. T.

Clasa a X-a. *Exerc. 1091.* Se dă $\cos\alpha = \frac{56}{65}$, $\sin\beta = \frac{72}{97}$.

Să se calculeze $\cos(\alpha + 2\beta)$, $\cos(2\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.

V. C.

X. 1092. Intr'un triunghiu ABC se dă $\operatorname{tg} A = 2$ şi $\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = 4$. Să se afle unghiurile triunghiului.

I. I. S.

X. 1093. Să se arate că într'un triunghiu oarecare avem:

$$a \operatorname{cotg}\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2} = b \operatorname{cotg}\frac{B}{2}\cos^2\frac{A}{2} = 4R\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}.$$

C. I. Ţ.

X. 1094. Să se arate că într'un triunghiu oarecare avem

$$\frac{\operatorname{tg}^2 A}{\cos^2 B \cos^2 C} = \frac{\operatorname{tg}^2 B}{\cos^2 C \cos^2 A} + \frac{\operatorname{tg}^2 C}{\cos^2 A \cos^2 B} - \frac{2 \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C}{\cos A \cos B \cos C}.$$

C. I. Ţ.

X. 1095. Să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$a(-x+y+z) = b(x-y+z) = c(x+y-z) = \frac{4abc}{x+y+z}.$$

Dacă presupunem că a, b, c reprezintă lungimile razelor cercurilor exînscrise ale unui triunghiu, să se dea o interpretare geometrică a soluţiilor acestui sistem.

C. C.

X. 1093. Să se arate că într'un triunghiu oarecare există relaţia.

$$\frac{c}{a+b} = \frac{1-\cos C}{\cos A + \cos B}.$$

H. D.

X. 1097. Să se rezolve ecuaţiile

$$\frac{1}{\cos^4 x} = 1 + 3\operatorname{tg}^2 x \quad ; \quad \frac{3}{\operatorname{tg}^2 x} + 3 = 16\cos^2 x.$$

V. C.

X. 1098. Dacă

$$S_p = 1^p + 2^p + 3^p + \ldots + n^p$$

să se arate că

$$S_3 + 8\,S_1\,S_3 = 9\,S_2^2$$

N. M.

X. 1099. In triunghiul aritmetic, numerele a, b, c, d, e ocupă locul din figura alăturată. Să se verifice că

a	b	c	d
x	x	x	x
x	x	x	x
x	x	x	e

$$a + 3b + 3c + d = e$$

N. M.

X. 1100. Să se verifice că

$$(2x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 20x + 17) \times$$
$$(2x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 4x + 5) - 81 = 4(x+1)^8.$$

N. M.

Clasa a XI-a. *Exerc. 1021.* Să se calculeze determinant

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ \dfrac{bc}{(b+c)^2} & \dfrac{ca}{(c+a)^2} & \dfrac{ab}{(a+b)^2} \end{vmatrix}.$$

V. C.

XI. 1022. Să se pună sub formă de produs determinantul

$$\begin{vmatrix} x^3 & y^3 & z^3 \\ y+z & z+x & x+y \\ yz & zx & xy \end{vmatrix}.$$

V. C.

XI. 1023. Să se deriveze funcția

$$y = 8\sin^5 x\cos x - 2\sin^3 x\cos x - 3\sin x\cos x + 3x.$$

N. M.

XI. 1024. La curba

$$y = x^2 - 5x + 6$$

să se ducă o tangentă paralelă la dreapta

$$y = x + 1.$$

C. I. Ț.

XI. 1025. Să se arate că dacă

$$\frac{\sin y\ \cos y}{\sin x\ \cos x} + \frac{dy}{dx} = 0,$$

atunci expresia $E = \operatorname{tg} x\ \operatorname{tg} y$ este constantă.

C. I. Ț.

XI. 1026. Să se calculeze, fără ajutorul derivatelor, limita expresiei

$$E = \frac{p\sin 2nx + q\ \operatorname{tg} nx}{r\sin nx + s\ \operatorname{tg} 2nx},$$

pentru $x = 0$. H. D.

XI. 1027. Să se afle limitele expresiilor

$$y_1 = \frac{x + \sqrt{2x^2 + \sqrt{x^2 + 3x + 1}}}{\sqrt{4x^2 + 5} + 3x + 7},$$

$$y_2 = \frac{2x + \sqrt{x^2 + 2x + 9}}{\sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}},$$

când $x \to \infty$.

V. C.

XI. 1028. 1°. Să se discute ecuația

$$x^2+(4-y)x+4+3y=0,$$

y fiind un parametru.

2°. Să se reprezinte funcția

$$y=\frac{(x+2)^2}{x-3};$$

să se regăsească rezultatele dela 1°.

N. M.

XI. 1029. Să se reprezinte grafic funcțiunea

$$y=\pm\sqrt{x^4-4x}.$$

V. C.

XI. 1030. Să se afle limita expresiei

$$y=\frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x+2}-\sqrt{2x})}{\sin(x^2-6x+8)}$$

când $x\to 2$.

V. C.

Exerciții generale. *Exerc. 901.* In cercul O se iau punctele A, B, C așa încât AB este latura patratului și BC, latura triunghiului echilateral înscris în cerc. Fie D intersecția lui EO cu AC. Să se demonstreze că AF este dublul laturei iar AC dublul apotemei dodecagonului înscris în cerc.

GH. B.

E. G. 902. In triunghiul oarecare ABC, luăm pe AB, segmentul $\overline{AB'}=\overline{AC}$. Perpendiculara pe mijlocul lui BC întâlnește în A' latura AB. Să se arate că

$$2\sphericalangle B'CB=\sphericalangle A'CA.$$

FRIEDRICH N. LENZ.

E. G. 903. In triunghiul dreptunghic BAC, fie O centrul cercului circumscris și I centrul cercului înscris. Să se arate că

$$8\,\overline{AB}.\overline{BC}.\overline{CA}=(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\,(\overline{BC}^2-4\,\overline{OI}^2).$$

GH. ȘT. PĂUNESCU.

E. G. 904. Prin vârfurile A, B, C ale unui triunghiu oarecare ducem paralele la laturile opuse şi care taie cercul circumscris respectiv în punctele A_1, B_1, C_1. Bisectoarele interioare ale triunghiului $A_1B_1C_1$ taie cercul în punctele A_2, B_2, C_2.

Să se arate că $\overline{AA_2}$, $\overline{BB_2}$, $\overline{CC_2}$ sunt diametre.

C. I. Ţ.

E. G. 905. Fie cercul O cu raza de $40\,^m/_m$ în care ducem diametrul AB. O tangentă oarecare la cerc întâlneşte tangentele duse în A şi B, respectiv în D şi C.

Aria trapezului ABCD fiind de $17680\,^m/_{m^2}$, să se afle OC şi OD.

V. C.

E. G. 906. Să se rezolve sistemul

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}=\frac{5}{6}\ ,\quad x^2+y^2+z^2+u^2=15\ ,\quad x+y+z+u=5,$$

$$\frac{x}{yzu}+\frac{y}{zux}+\frac{z}{xyu}+\frac{u}{xyz}=-\frac{5}{2}.$$

V. C.

E. G. 907. Să se rezolve sistemul

$$x+y=zt\ ,\quad y+z=xt\ ,\quad z+t=xy\ ,\quad t+x=yz.$$

I. I. S.

E. G. 908. Să se arate că într'un triunghiu cu laturile în progresie geometrică avem inegalitatea

$$h_ah_b+h_bh_c+h_ch_a<\frac{a^2}{2R^2}(ap+r_br_c).$$

H. D.

E. G. 909. Să se demonstreze relaţia

$$\frac{10S_4}{S_2}-\frac{9S_5}{S_3}=1,$$

în care

$$S_k=1^k+2^k+\ldots+n^k.$$

M. I. A.

E. G. 910. Fie un trapez ABCD, I intersecţia diagonalelor AC şi BD, B_1 intersecţia dreptei DC cu paralela din B la AD, B_2 intersecţia dreptei BB_1 cu paralela din D la AB_1 şi D_1 simetricul lui D faţă de C.

Să se arate că rezultanta forţelor $\overrightarrow{DB_2}$ şi $\overrightarrow{BD_1}$ trece prin I.

C. I. Ţ.

Aritmetică şi teoria numerelor. *Exerc. 16.* Să se arate că întregii de forma

$$n(n+1)+1$$

nu se divid prin 11.

GH. B.

A. 17. Să se găsească numerele, care satisfac simultan, congruenţele

$$N \equiv 5 \pmod{17} \quad \text{şi} \quad N \equiv 4 \pmod{19}.$$

O. N. Ţ.

A. 18. Să se găsească numerele, care satisfac simultan, congruenţele

$$N \equiv 5 \pmod{17} \; ; \; N \equiv 4 \pmod{19} \quad \text{şi} \quad N \equiv 3 \pmod{23}.$$

O. N. Ţ.

A. 19. *m, n, p, r* fiind numere întregi arbitrare, numărul

$$N = 65281^{28m+5} + 2.97^{112n+14} \cdot 673^{112p+7} + 673^{112r+12} + 57$$

este divizibil cu numărul 493.

O. N. Ţ.

A. 20. Să se determine puterea perfectă pozitivă α, astfel ca numărul

$$N = (1 + 2^{11})^{2n+1} + \alpha$$

să fie divizibil prin 1949.

PETRE P. TEODORESCU.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

INSTRUCŢIUNI

Pentru redactarea şi trimiterea soluţiunilor exerciţiilor publicate în *Gazeta Matematică Supliment cu exerciţii* se vor avea în vedere *Instrucţiunile* publicate în primele două numere.

Abonamentul anual la Suplimentul cu Exerciţii este de 360 Lei şi se poate trimite pe adresa: Casa „Gazeta Matematică", Calea Griviţei 138 Bucureşti, prin mandat poştal sau cont CEC Nr. 20.220.

Elevii claselor IX, X şi XI, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii rezolvând şi probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca Societăţii „Gazeta Matematică" au apărut şi se găsesc următoarele:

IV. **A. G. Ioachimescu,** *Culegere de Probleme de Mecanică.* Ediţia a III-a. Revăzută şi adaugită de *Gabriela Ţiţeica* . . . Lei 270

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 90

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica raţionată . . . Lei 450

XIX. **V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Trigonometrie.* Partea III-a (Trigonometrie sferică) Revăzută şi adăogită de G-ralul **Gh.I Liteanu.** Lei 130

XX. **I. I. Chiţulescu,** *Culegere de probleme de Geometrie Descriptivă.* Partea I . . . . . Lei 160

XXI. **M. Ghermănescu,** *Trigonometria plană şi sferică cu aplicaţii la Artilerie, Analitică, Mecanică, Topografie, Astronomie, etc.* . . Lei 450

XXII. **G. Ţiţeica,** *Culegere de Probleme de analitică.* Ediţia II. Partea II adăogită de **N G. Botea** şi **C. Ionescu-Bujor** . . . . Lei 230

XXIII. **Gazeta Matematică** 1895—1945 (Decada 5-a Istoric), învăţăminte. Volum jubilar (288 pag.) . . Lei 90

XXIV. **A. G. Ioachimescu,** *Mecanică raţională.* Curs predat la Şcoala Politehnică din Bucureşti revăzut şi adăugit după îndrumările autorului, de *Gabriela Ţiţeica* şi *Al. Stoenescu* . . . . . Lei 1.270

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

I. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărţile I — VI de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . Lei 300

II. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărţile VII - IX de Aritmetică şi Cartea X a Iraţionalelor), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . Lei 360

III. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărţile XI—XIII de Geometrie în spaţiu; Cartea XIV a lui HYPSICLE şi Cartea XV apocrifă), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 180

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE"
(Tipărită din fondul Anghel Saligny)

I. **Ion Ionescu,** *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcţiune şi a principiilor de calcul.* (Ediţia II-a) . . . . . Lei 90

Biblioteca Matematică „GEORGE ŢIŢEICA"

I. **Ion Ionescu,** *Maxime şi minime geometrice* . . . . . Lei 230

Pentru volumele din Colecţia şi Biblioteca „Gazeta Matematică" de trimis în provincie se va plăti anticipat un plus de 15% din preţ pentru taxele de expediţie.

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul începe dela 15 Septembrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului şi nu se face pe termene mai scurte de un an. Abonamentul costă . . Lei 800

M. O., IMPRIMERIA NAŢIONALA — C. 14.030

LICEUL ... Bibl... Profesorilor
No. 8/780

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 5 1 FEBRUARIE 1949

9694

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 7-3803

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 5 1 FEBRUARIE 1949

ABONAMENTUL LEI 360 PE AN (9 numere)

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa: ING. C. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

RADICALI SUPRAPUŞI

(Urmare dela pag. 79)

11. Să încercăm desfacerea radicalului $\sqrt{a+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}$ sub forma:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}=(\sqrt{x}+\sqrt{y})\,(\sqrt{u}+\sqrt{v}). \quad (16)$$

Ridicând la pătrat egalitatea (16) avem:

$$a+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}=(x+y+2\sqrt{xy})\,(u+v+2\sqrt{uv}).$$

De aici deducem imediat:

$$\begin{aligned} &(x+y)\,(u+v)=a \quad , \quad 4(x+y)^2uv=b, \\ &4(u+v)^2xy=c \quad , \quad 16\,xyuv=d. \end{aligned} \quad (17)$$

Sistemul (17) este compatibil numai dacă

$$\boxed{a^2d=bc}\,; \quad (18)$$

el este însă nedeterminat; transformarea este deci, în astfel de caz, totdeauna posibilă. Explicaţia nedeterminării stă în faptul că avem

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})\,(\sqrt{u}+\sqrt{v})=(\sqrt{mx}+\sqrt{my})\left(\sqrt{\frac{u}{m}}+\sqrt{\frac{v}{m}}\right).$$

Descompunerea e posibilă într'o infinitate de feluri.

Să luăm $x+y=1$; din (17) căpătăm:

$$x=\frac{a+\sqrt{a^2-c}}{2a} \quad , \quad y=\frac{a-\sqrt{a^2-c}}{2a},$$

$$u=\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2} \quad , \quad v=\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}.$$

Prin urmare dacă

$$\boxed{a^2 - b = p^2 \ , \ a^2 - c = q^2} \qquad (19)$$

transformarea este avantajoasă pentru calcul.

Exemplu. Să descompunem următorul radical

$$\sqrt{9 + 2\sqrt{14} + \sqrt{77} + \frac{14}{9}\sqrt{22}} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})\,(\sqrt{u} + \sqrt{v}).$$

$a^2 - b = 81 - 56 = 25 = 5^2$, $a^2 - c = 81 - 77 = 4 = 2^2$.

Avem atunci:

$$x = \frac{9+2}{18} = \frac{11}{18} \ , \ y = \frac{9-2}{18} = \frac{7}{18};$$

$$u = \frac{9+5}{2} = 7 \ , \ v = \frac{9-5}{2} = 2.$$

Prin urmare descompunerea căutată este:

$$\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{2})\,(\sqrt{11} + \sqrt{7})}{3\sqrt{2}}.$$

12. *Să punem*

$$\sqrt[3]{A + \sqrt{B}} = x + \sqrt{y}; \qquad (20)$$

atunci avem:

$$\sqrt[3]{A - \sqrt{B}} = x - \sqrt{y}. \qquad (21)$$

Ridicând egalitatea (20) la cub avem:

$$A + \sqrt{B} = x^3 + 3x^2\sqrt{y} + 3xy + y\sqrt{y}.$$

$$\therefore \quad A = x^3 + 3xy \ , \ \sqrt{B} = 3x^2\sqrt{y} + y\sqrt{y}.$$

Prin urmare, vom căpăta de aici:

$$A - \sqrt{B} = x^3 - 3x^2\sqrt{y} + 3xy - y\sqrt{y};$$

$$\therefore \quad \sqrt[3]{A - \sqrt{B}} = x - \sqrt{y}.$$

13. Prin înmulţirea egalităţilor (20) şi (21) avem:

$$\sqrt[3]{A^2 - B} = x^2 - y. \qquad (22)$$

Rezultă că, pentru a avea o transformare de forma (20), va trebui să avem:

$$\boxed{A^2 - B = C^3} \quad . \qquad (23)$$

Exemplul 1. Fie de calculat $\sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}}$.

Punem: $\sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} = x + \sqrt{y}$;

$\therefore \quad 38 + 17\sqrt{5} = x^3 + 3x^2\sqrt{y} + 3xy + y\sqrt{y}$;

$\therefore \quad x^3 + 3xy = 38.$

Din (22) avem şi

$$x^2 - y = \sqrt[3]{A^2 - B} = \sqrt[3]{38^2 - 17^2 . 5} = -1.$$

Prin urmare avem de rezolvat sistemul:

$x^3 + 3xy = 38 \quad , \quad x^2 - y = -1 \quad \therefore \quad 4x^3 + 3x - 38 = 0.$

O rădăcină, reală, a acestei ecuaţii este $x = 2$.
Deci avem:

$$\sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} = 2 + \sqrt{5}.$$

Exemplul 2. Fie de calculat $\sqrt[3]{54\sqrt{3} + 41\sqrt{5}}$.

Scriem după cum urmează:

$$\sqrt[3]{54\sqrt{3} + 41\sqrt{5}} = \sqrt{3\sqrt{3}\left(18 + \frac{41}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}\right)}$$

$$= \sqrt{3} . \sqrt[3]{18 + \frac{41}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}}.$$

Pentru ultimul radical avem de rezolvat sistemul:

$$x^3 + 3xy = 18 \quad , \quad x^2 - y = \sqrt[3]{18^2 - \frac{41^2 . 5}{27}} = \frac{7}{3}.$$

$$\therefore \quad 4x^3 - 7x - 18 = 0 \quad ; \quad \therefore \quad (x - 2)(4x^2 + 8x + 9) = 0$$

$$\therefore \quad \sqrt{18 + \frac{41}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}} = 2 + \sqrt{\frac{5}{3}}.$$

Prin urmare rezultă în definitiv:

$$\sqrt[3]{54\sqrt{3}+41\sqrt{5}}=2\sqrt{3}+\sqrt{5}.$$

14. Să punem $\sqrt[4]{A+\sqrt{B}}=x+\sqrt{y}$; atunci avem şi

$$\sqrt[4]{A-\sqrt{B}}=x-\sqrt{y}.$$

$$\therefore \qquad \sqrt[4]{A^2-B}=x^2-y. \tag{24}$$

Prin ridicare la puterea 4, găsim uşor:

$$A+\sqrt{B}=x^4+4x^3\sqrt{y}+6x^2y+4xy\sqrt{y}+y^2.$$

De aici deducem imediat:

$$x^4+6x^2y+y^2=A. \tag{25}$$

Va trebui ca să avem

$$\boxed{A^2-B=C^4}. \tag{26}$$

Ecuaţiile (24) şi (25) ne dau pe x şi y.

Observare. Vom scrie ţinând seama de (26):

$$\sqrt[4]{A+\sqrt{B}}=\sqrt{\sqrt{A+\sqrt{B}}}=\sqrt{\sqrt{\frac{A+C^2}{2}}+\sqrt{\frac{A-C^2}{2}}}.$$

Să punem $A+C^2=2t^2$; reese că:

$$A=2t^2-C^2 \quad ; \quad A-C^2=2(t^2-C^2)$$

$$\sqrt[4]{A+\sqrt{B}}=\sqrt{t+\sqrt{t^2-C^2}}=\sqrt{\frac{t+C}{2}}+\sqrt{\frac{t-C}{2}}.$$

In concluzie, *un radical de forma* $\sqrt[4]{A+\sqrt{B}}$ *este descompozabil într'o formă* $x+\sqrt{y}$, *dacă avem condiţia (26) şi dacă* $\frac{1}{2}(A+C^2)$ *este un patrat perfect.*

Exemplu. Fie de calculat $\sqrt[4]{94+42\sqrt{5}}$.

Va trebui să rezolvăm sistemul de ecuaţii

$$x^2-y=2 \quad , \quad x^4+6x^2y+y^2=94 \quad \therefore \quad 4x^4-8x^2-45=0.$$

O rădăcină reală a acestei ecuaţii este, cum uşor se poate vedea, $x=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Deci $y = x^2 - 2 = \frac{5}{2}$.

Prin urmare avem final:

$$\sqrt[4]{94 + 42\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{10}).$$

15. Să calculăm radicalul $\sqrt{A + Bi} = \sqrt{A + B\sqrt{-1}}$.
Punem:

$$\sqrt{A + B\sqrt{-1}} = x + y\sqrt{-1}. \qquad (27)$$

Prin ridicare la pătrat deducem:

$$x^2 - y^2 = A \quad , \quad 2xy = B.$$

Acest sistem rezolvat ne dă

$$x = \pm \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} \quad , \quad y = \pm \sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}.$$

Pentru ca descompunerea să fie avantajoasă va trebui să avem:

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2} \qquad (28)$$

Ecuația (28) are totdeauna soluții raționale; ea este celebra ecuație pitagorică. Soluțiile ei generale, în numere întregi, sunt date de:

$$a = k(p^2 - q^2) \quad , \quad b = 2kpq \quad , \quad c = k(p^2 + q^2),$$

unde k, p, q sunt numere întregi oarecare.

Exemplul 1. Fie de calculat $\sqrt{-7 - 24\sqrt{-1}}$.

Avem: $x^2 - y^2 = -7 \quad , \quad 2xy = -24.$

$a^2 + b^2 = 49 + 24^2 = 625 = 5^2 \quad \therefore \quad x = \pm 3 \; , \; y = \pm 4.$

Fiindcă produsul xy este negativ, va trebui să luăm, sau

$$x = 3 \quad , \quad y = -4 \quad \text{sau} \quad x = -3 \quad , \quad y = 4$$

$$\therefore \qquad \sqrt{-7 - 24\sqrt{-1}} = \pm(3 - 4i).$$

Exemplul 2. Să calculăm $\sqrt{4ab - 2(a^2 - b^2)\,i}$.
Avem:

$$x^2 - y^2 = 4ab \quad , \quad 2xy = -2(a^2 - b^2).$$

Din rezolvarea sistemului deducem:

$$x = \pm(a + b) \quad , \quad y = \mp(a - b)$$

$$\therefore \quad \sqrt{4ab - 2(a^2 - b^2)\,i} = \pm[(a + b) - (a - b)\,i].$$

16. Dacă, în general, punem $\sqrt[n]{A + \sqrt{B}} = x + \sqrt{y}$, găsim cu uşurinţă $\sqrt[n]{A - \sqrt{B}} = x - \sqrt{y}$.

$$\therefore \qquad \sqrt[n]{A^2 - B} = x^2 - y.$$

Deci, pentru ca descompunerea să fie posibilă, o *primă* condiţie este

$$\boxed{A^2 - B = C^n} \qquad (29)$$

VIRGIL CLAUDIAN.

EXERCIŢII REZOLVATE [1]

Clasa a III-a. *Exerc. 352. Figura limitată de un cerc şi de exagonul regulat înscris are aria 2,18 cm². Să se afle perimetrul figurii.*

N. M.

Soluţie. Să presupunem că raza r a cercului este de 1 cm; suprafaţa căutată va fi atunci

$$\pi r^2 - \frac{3 r^2 \sqrt{3}}{2} = 3{,}14 - \frac{3 \times 1{,}73}{2} = 0{,}545.$$

Raportul suprafeţelor este egal cu pătratul raportului razelor:

$$\frac{R^2}{r^2} = \frac{2{,}18}{0{,}545} = 4$$

deci $R^2 = 4$ şi $R = 2$. Perimetrul figurii este în cm,

$$2\pi R + 6R = 12{,}56 + 12 = 24{,}56$$

1) In această rubrică publicăm numai schiţe de soluţii.

Clasa a IV-a. *Exerc. 862. Fie m muchea unei piramide regulate patrulatere, i înălțimea și a apotema. Să se arate că:*

$$m^2 + i^2 = 2a^2.$$

N. M.

Fie ABCD patratul de bază, V vârful piramidei, O centrul bazei și I mijlocul laturii AB. Din triunghiurile asemenea formate avem

$$\overline{OI}^2 = \overline{VI}^2 - \overline{VO}^2 = a^2 - i^2; \quad \overline{AI}^2 = \overline{VA}^2 - \overline{VI}^2 = m^2 - a^2$$

Dar $\overline{OI} = \overline{AI}$ deci $a^2 - i^2 = m^2 - a^2$ sau $m^2 + i^2 = 2a^2$

Clasa a V-a. *Exerc. 1034. In trapezul dreptunghic* ABCD *(unghiurile A și D drepte), diagonala* B D *face un unghiu de 90° cu latura neparalelă* B C, *care are 6m. Dacă raportul dintre baza mică b și înălțime i este* $\frac{4}{3}$, *să se afle aria trapezului.*

E. M.

Soluție. Fie B I perpendiculara pe baza mare D C. Avem

$$\overline{DB}^2 + \overline{BC}^2 = (\overline{DI} + \overline{IC})^2$$

adică

$$b^2 + i^2 + 36 = (b + \sqrt{36 - i^2})^2 \quad \therefore \quad i^2 = b\sqrt{36 - i^2}$$

dar $b = \frac{4i}{3}$ deci

$$3i = 4\sqrt{36 - i^2}\ , \ 25\, i^2 = 16 \times 36 \quad \therefore \quad i = \frac{4 \times 6}{5} = \frac{24}{5} \text{ etc.}$$

V. 1043. Să se arate că

$$\frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1} + 2\frac{a^2-1}{a^2+1} + 4\frac{a^4-1}{b^4+1} = 8\frac{a^8+1}{a^8-1}.$$

C. I. Ț.

Soluție. Avem

$$\frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1} = 2\frac{a^2+1}{a^2-1}$$

înlocuim pe a prin a^2 apoi prin a^4; înmulțim relația a doua cu 2 și pe a treia cu 4 și adunăm.

Identitatea poate fi ușor generalizată, pentru mai multe fracții.

V. 1048. Se dau două cercuri fixe C_1 *şi* C_2. *Printr'unul din punctele lor de intersecţie se duce o secantă variabilă* $M_1 A M_2$. *In punctele* M_1 *şi* M_2, *dedesuptul acestei secante se construeşte câte un unghiu de* 45^0. *Să se afle locul geometric al intersecţiei laturilor necomune* M, *ale acestor unghiuri.*

V. GH.

Soluţie. Fie F_1 şi F_2 intersecţiile dreptelor $M M_1$, $M M_2$ cu cercurile C_1 şi C_2. A fiind fix şi arcele $A F_1$, $A F_2$ de mărime dată, F_1 şi F_2 sunt fixe. Dar unghiul $F_1 M F_2$ este drept. Locul este deci cercul descris pe $F_1 F_2$ ca diametru.

Clasa a VI-a. *Exerc. 1097. Să se arate că între elementele unui triunghiu*

$$\Sigma\, a\, r_a (\cos C - \cos B) = 0, \quad \Sigma\, r_a (b - c)(1 + \cos A) = 0.$$

H. D.

Soluţie. Conform exerciţiului VI. 1084, avem

$$a\, r_a (\cos C - \cos B) = r_a (b - c)(1 + \cos A) =$$

$$\frac{S}{p - a}(b - c).\ 2\frac{p(p - a)}{bc} = 2p\, S\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b}\right)$$

de unde rezultă relaţia cerută.

Clasa a VII-a. *Exerc. 1026. Să se arate că pentru* $|x| < 1$ *avem*

$$\frac{1 + x^2 + x^4 + x^6 + \ldots}{1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots} = \frac{1 - x + x^2 - x^3 + \ldots}{1 + x + x^2 + x^3 + \ldots}$$

C. I. Ţ.

Soluţie. Intrebuinţând expresia sumei termenilor progresiei geometrice descrescătoare avem

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \frac{1}{1 - x}; \qquad (1)$$

schimbând aici pe x în $-x$, apoi în x^2, ceea ce nu modifică condiţia de a avea raţia subunitară obţinem

$$1 - x + x^2 - x^3 + \ldots = \frac{1}{1 + x}, \quad 1 + x^2 + x^4 + x^6 + \ldots = \frac{1}{1 - x^2}$$

Derivând formula (1) obținem și

$$1 + 2x + 3x^2 + \ldots = \frac{1}{(1-x)^2} \quad (2)$$

înlocuind, relația cerută se verifică.

Observare. Relația (2) se poate demonstra și elementar; scriem

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \frac{1}{1-x}$$

$$x + x^2 + x^3 + \ldots = \frac{x}{1-x}$$

$$x^2 + x^3 + \ldots = \frac{x^2}{1-x}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

și însumăm:

$$1 + 2x + 3x^2 + \ldots = \frac{1}{1-x}(1 + x + x^2 + \ldots) = \frac{1}{(1-x)^2}.$$

Altă metodă. Seria (2) cu termenul general $u_n = nx^{n-1}$, prin aplicarea criteriului raportului dă

$$\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} x = x$$

deci este convergentă pentru $x < 1$. Dacă x este negativ, seria este alternată: termenii descresc și tind către zero dacă x este subunitar. Deci seria (2) este convergentă pentru $|x| < 1$. Avem atunci [1]

$$S = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x(1 + 2x + 3x^2 + \ldots)$$

$$\therefore \quad S = \frac{1}{1-x} + Sx \qquad \therefore \quad S = \frac{1}{(1-x)^2}.$$

A patra metodă. Putem ajunge la relația (2) și prin ridicarea la patrat a relației (1).

---

1) Observația d-lui N. C. CHIRCULESCU.

VII. 1042. Să se rezolve sistemul de ecuații

$$x + ay + a^2z + a^3u = bcd, \qquad x + by + b^2z + b^3u = cda,$$
$$x + cy + c^2z + c^3u = dab, \qquad x + dy + d^2z + d^3u = abc.$$

V. C.

Soluție. [1] Determinantul sistemului este un determinant VANDERMONDE

$$V = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \end{vmatrix}.$$

Determinanții numărătorilor, în regula lui CRAMER, sunt

$$V_1 = \begin{vmatrix} bcd & a & a^2 & a^3 \end{vmatrix} = V[m \Sigma a^2 + n \Sigma a^2 b + p \Sigma ab^2 + q \Sigma abc].$$

Termenii ma^6b^2c, ma^5b^3c, $pa^5b^2c^2$ nu există în V_1 deci $m = n = p = 0$. Identificând termenii în $b^2c^3d^4$ găsim $q = 1$.

$$V_2 = \begin{vmatrix} 1 & bcd & a & a^2 & a^3 \end{vmatrix} = V[m \Sigma a^2 + n \Sigma ab].$$

Termenul ma^5b^2c lipsește în V_2 deci $m = 0$; apoi identificând coeficienții termenilor în ac^3d^4 obținem $n = -1$.

$$V_3 = \begin{vmatrix} 1 & a & bcd & a^3 \end{vmatrix} = V(a + b + c + d)$$

$$V_4 = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & bcd \end{vmatrix} = -V$$

Deci

$$x = \frac{V_1}{V} = \Sigma abc, \quad y = \frac{V_2}{V} = -\Sigma ab, \quad z = \frac{V_3}{V} = \Sigma a, u = \frac{V_4}{V} = -1.$$

Observare. Considerăm ecuația în t

$$x + ty + t^2z + t^3u = \Sigma abc - \Sigma ab.t + \Sigma a.t^2 - t^3$$

de gradul trei, care conform sistemului dat admite 4 rădăcini: a, b, c, d. Deci ea se reduce la o identitate; identificăm coeficienții aceloraşi puteri ale lui t şi regăsim soluțiile precedente.

VII. 1057. Se consideră funcția

$$z = \log \frac{xy}{x^4 + y^4}.$$

Să se afate că

$$xz'_x + yz'_y + 2 = 0.$$

N. M.

---

1) Redactată după soluția d-lui GH. PĂUNESCU.

Soluție. Expresia se poate scrie

$$z = \log x + \log y - \log (x^4 + y^4)$$

deci $$\Sigma\, xz'_x = \Sigma x \left(\frac{1}{x} - \frac{4x^3}{x^4+y^4}\right) = 2 - 4 = -2.$$

Altă soluție. Dacă $f(x,y)$ este o funcție omogenă de gradul m, avem relația EULER

$$x\frac{f'_x}{f} + y\frac{f'_y}{f} = m.$$

Deci $z = \log f(x, y)$ verifică relația

$$x\, z'_x + y\, z'_y = m.$$

In enunț avem $m = -2$.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 970. Un disc circular de rază R, greutate p kg/cm² este suspendat de tavan printr'un foarte mic inel (a cărui greutate se neglijează). Discul are o gaură circulară de rază* $\frac{R}{2}$, *tangentă la disc și trecând prin centru. Se întreabă ce înclinare are linia centrelor discului și găurii față de verticală, pentru diverse poziții ale inelului pe circonferința discului.*

G. T.

Soluție. Fie O centrul cercului mare și O', al celui interior. In O și O' sunt aplicate forțe paralele, de sens contrar care stau în raportul patratelor razelor, adică 4. Fie G, centrul de greutate, pe linia centrelor, exterior segmentului OO', de partea lui O. Avem $\overline{O'G} = 4\ \overline{OG}$ deci $\overline{OG} = \frac{R}{6}$. Fie I poziția inelului, determinată de unghiul $IOG = \alpha$. I se proiectează pe OO' în I'. Unghiul căutat este IGI'. Avem

$$\operatorname{tg} IGI' = \frac{II'}{GI'} = \frac{R\sin\alpha}{R\cos\alpha - \frac{R}{6}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha - \frac{1}{6}}.$$

Exerciții generale. *Exerc. 859. Să se verifice că*

$$\begin{vmatrix} \sin\alpha & \sin\beta & \sin\gamma \\ \sin 3\alpha & \sin 3\beta & \sin 3\gamma \\ \sin 5\alpha & \sin 5\beta & \sin 5\gamma \end{vmatrix} = -64 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \prod \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta).$$

N. M.

Soluție.[1] Scădem linia a doua dintr'a treia și pe prima dintr'a doua. Obținem

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \sin\alpha & & 1 \\ 2\sin\alpha\cos 2\alpha & = 4\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & \cos 2\alpha \\ 2\sin\alpha\cos 4\alpha & & \cos 4\alpha \end{vmatrix}$$

Adunăm prima linie la a treia și obținem

$$\Delta_3 = 8\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma.\ V_3(\cos 2\alpha, \cos 2\beta, \cos 2\gamma),$$

V_3 fiind determinantul VANDERMONDE al cantităților din paranteză. De aici se ajunge ușor la relația din enunț.

Fie mai general

$$\Delta_n = |\sin\alpha \quad \sin 3\alpha \quad \sin 5\alpha \ldots \sin(2n-1)\alpha|.$$

Procedând analog, găsim

$$\Delta_n = 2^{\frac{n(n-1)}{2}} \Pi \sin\alpha.\ V_n(\cos 2\alpha, \ldots)$$

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} 2^{n(n-1)} \Pi \sin\alpha.\ \Pi \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta).$$

E. G. 870. Se consideră două drepte fixe Ox, Oy și se duc drepte variabile păstrând direcția lor constantă, care întâlnesc dreptele Ox, Oy respectiv în A și B. Luăm pe AB un punct M, astfel încât $\overline{AM} \cdot \overline{MB} = k^2$. *Locul punctului M.*

V. C.

Soluție dată de d-l P. P. TEODORESCU. Fie M', M'' proiecțiile lui M pe Ox, Oy după direcțiile Oy și Ox și θ unghiul axelor, iar φ unghiul OAB. Notăm $\overline{M''M} = x$, $\overline{M'M} = y$. Din triunghiurile MM'A, MM''B avem

$$\frac{y}{\sin\varphi} = \frac{AM}{\sin\theta}, \quad \frac{x}{\sin(\theta+\varphi)} = \frac{MB}{\sin\theta}$$

deci

$$xy = \frac{k^2 \sin\varphi \sin(\theta+\varphi)}{\sin^2\theta} = \text{constant}.$$

Locul este o iperbolă cu asimptotele Ox, Oy.

---

1) Redactată după soluția d-lui P. P. TEODORESCU. Generalizarea a fost dată și de d-l G. ȘT. PĂUNESCU.

Până la 5 Ianuarie 1949, am primit soluții bune la exercițiile propuse în numerele 1, 2, 3 și 4 vol. XV, dela [1]:

Liceul teoretic de băieți, Arad.

Clasa a XI-a: PERNEVAN I. ȘTELIAN (XI: 991*, 3, 1004, 6, A: 5).

Liceul mixt, Baia de Arieș-Turda.

Clasa a VIII-a: POPA GHEORGHE (VIII: 1090, 7).

Liceul mixt, Beiuș-Bihor.

Clasa a IX-a: DRAGOȘ N. LAZAR (IX: 1105, 5, 7, 13, 5, 7, X: 1061, 2, 71, 2, 3, XI: 1001, E. G.: 871*).

Clasa a X-a: FÂNTÂNARU N. NICOLAE (X: 1071, 2, 4, XI: 1001); HERLO I. IOAN (X: 1071, 82, 9, 93, 6, 7, 8*, 1100).

Liceul „Orfelinat", Bistrița-Vâlcea.

Clasa a VI-a: MONAFU H. SEVER (VI: 9).

Clasa a VII-a: GOGÂȚĂ D. IOAN (VII: 365, 9, 70*, VIII: 1091); LUMINEA VASILICA (VII: 364*, 5, 6); POPESCU V. MARIANA (VII: 364*, 5, 6, 76); TEODORESCU ECATERINA (VII: 363, 4*).

Clasa a VIII-a: ENĂCHESCU A. ADINA (VIII: 1086, 9, 91, 8, 103, 8, 9, XI: 1102*, 14); NĂSTASE I. LUCIA (VIII: 1087, 97, 8); POSTESCU ANA (VIII: 1096); SMEU I. ELENA (VIII: 1098); STROE D. IULIA (VIII: 1096, 7).

Clasa a IX-a: GOLOGAN I. MARIOARA (IX: 1117, 23, 7, X: 1071); MELCIOIU I. CONSTANȚA (IX: 1102*, 14*, X: 1071); RIZA A. MARIANA (IX: 1102*, X: 1071); TUDORA I. PROFIRA (IX: 1102*, 17, 27).

Clasa a X-a: CHILĂU B. ELISABETA (X: 1083, 4*); NEAGOE ST. IOANA (X: 1081).

Liceul mixt, Blaj.

Clasa a XI-a: MĂRGINEAN A. GHEORGHE (XI: 1008); MICLEA I. DORIN (XI: 992*, 7, 9*, E. G.: 871*, 2, 3*, 7*).

Liceul de fete, Brăila.

Clasa a VIII-a: CONDRUȚ I. MARIA (VIII: 1084, 91, 4).

Liceul teoretic de băieți, Brăila.

Clasa a VIII-a: DECU D. ION (VIII: 1087, 8).

Clasa a X-a: NEGULESCU F. FLORIAN (X: 1063, 72, 82, 3*, 4*).

Clasa a XI-a: BOBI O. CONSTANTIN (XI: 992*, 1011*, 3*, 4*, 7*, 8*, E. G.: 873, 7, 80*, 94*, 900*); BUZDUGAN V. VIRGIL (XI: 991, 2*, 3, 4, 7, 8, 9, 1000, 1, 2, 3, 7, 8*, 11*, 2*, 3, 5*, E. G.: 871, 2, 3*, 7*, 81, 2*, 5*, 91, 2, 5*, 6, 900*, A: 1, 4, 5, 11, 3, 4*, 5); RĂDULESCU A. TRAIAN (XI: 995, 6*, E. G.: 873*, 7*).

Liceul teoretic de fete Nr. 1, București.

Clasa a VI-a: HALISKI C. ANCA (VI: 2); NEDELCU I. CAMELIA (VI: 2).

Clasa a VII-a: MEHEDINCU V. SANDA (VII: 364*, 5*, 6*).

Clasa a VIII-a: NĂSTASE C. A. (VIII: 1095*, 101*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9, 10, IX: 1110*, X: 1070*, E. G.: 895*, A: 2).

---

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu foarte bine rezolvat și foarte îngrijit redactat.

Clasa a IX-a: STĂNESCU V. LUCINA (IX: 1101*, 2, 3, 7, 8*).
Clasa a X-a: BĂLĂȘOIU G. ELENA (X: 1062, 3, 6); PETCU AL. LUCIA (X: 1081*, 2, 3*, 4*, 5, 7, XI: 1011, E. G.: 897, 9*, 900*, A: 11, 2*, 5*).

Liceul teoretic de fete Nr. 2, București.

Clasa a VII-a: DRAGOMIR I. ANCA (VII: 364, 5, 6*, 70, 1, 2, 3*)

Liceul teoretic de fete Nr. 3, București.

Clasa a VIII-a: GEORGESCU M. MARIA (VIII: 1085, 7, 98).
Clasa a XI-a: MARCU I. ALEXANDRINA (XI: 1001, 7).

Liceul teoretic de fete Nr. 5, București.

Clasa a VII-a: COSTIN AI. GABRIELA (VII: 364*, 5*, 6*, 8*, 9*).

Liceul teoretic de fete Nr. 8, București.

Clasa a XI-a: PETRESCU G. LUCREȚIA (XI: 994, 6*, 1001, 4, 6, 7, 14, 6*, 7*, 8*, 9*, E. G.: 886, 96, A: 1, 4, 5, 11).

Liceul teoretic de fete Nr. 9, București

Clasa a VIII-a: BUZENCHI C. JOSETTE (VIII: 1088, 96, 7, 102).

Liceul teoretic de fete Nr. 10, București.

Clasa a X-a: BOTEZ A. SANDA (X: 1061, 4*, 71, 5, 6, 7, E. G.: 885*); POPESCU-MĂLĂEȘTI P. VERONICA (X: 1064*, 72, 4, 81, 2, 3*, 4*, 5, E. G.: 871*, 85*, 91); STĂNESCU MARIA (X: 1062, 3, 71, 2, 5, 6, 8*, 81, 2, 3*, 4*, 5, 900*).

Liceul teoretic de fete Nr. 12, București.

Clasa a VIII-a: LATTER A. GHERDA (VIII: 1082*, 3*, 4*, 6, 7, 8, 91, 2*, 3*, 4, 5, 102, 3); POMPONIU I. ANCA (VIII: 1085, 7, 8, 97, 100, 1, 2*, 3*, 8, 12*, 9, IX: 1139); PROTOPOPESCU E. MARIETA (VIII: 1087, E. G.: 871, 4, A: 4, 5).
Clasa a X-a: GABROVEANU I. SANDA (X: 1081, 2, 3*, 4*, 5, 7, 9).
Clasa a XI-a: BUDESCU AL. MIRELA (XI: 994, 7, 9, 1006, 8*, 10*, 28*, A: 5); FOTESCU LUCICA (XI: 1000, 1); NICOLESCU M. LILI (XI: 1023*, 4, 6*, 7, 8*, 9, 30*).

Liceul teoretic de fete Nr. 13, București.

Clasa a VIII-a: GODEANU ECATERINA (VIII: 1102); NICOLESCU ILEANA (VIII: 1087, 8, 102*, 3*, 12*, 3, 5*, 6, 7, 8, 9*).

Școala elementară de fete, Băneasa-București

Clasa a V-a: CONSTANTINESCU O. MARIANA (VI: 8*, 11*, VII: 368*); DUMITRESCU V. DORINA (VI: 8, 11, VII: 368*); FLACS S. MARGARETA (VII: 368); GEORGESCU E. ILEANA (VI: 8*, 11, VII: 368); GHEORGHE M. VASILICA (VI: 11, VII: 368); HAȘCHE A. ELENA (VI: 11, VII: 368); POPESCU I. FLORICA (VI: 11, VII: 368); ȘCEPCHIN P. NINA (VI: 8, VII: 368); TADIO G. IOSEFINA (V: 8, VII: 368).
Clasa a VI-a: OLARU V. GABRIELA (VI: 4, 8, 9, 11, VII: 367); RADU M. ELENA (VI: 4*, 8, 9, 11, VII: 367); VĂRZARU N. VASILICA (VI: 11); VENCU T. ELENA (VI: 11); VINTERLIC I. ANA (VI: 8).
Clasa a VII-a: COANTĂ E. ELENA (VII: 370); DUMITRESCU GR. VIRGINIA (VII: 368, 70, VIII: 1091); GHEORGHE N. VICTORIA (VII: 370, VIII: 1091); ROGOZEANU T. ELENA (VII: 367, 70, VIII: 1091); WEISER H. MARGOT (VII: 370, VIII: 1091).

Liceul teoretic de băieți Nr. 1, București.

Clasa a VIII-a: MANTA D. MIHAI (VIII: 1082*, 3*, 4, 5, 6*, 7, 8, 9*, 90 IX: 1102, 7*, 9, 10*, XI: 994, E. G.: 871, A: 4, 5*); VEZEANU F. PETRE (VIII: 1085, 6, 7, 8, 96, 7).

Clasa a X-a: FLORU D. BARBU (X: 1083); IANCULESCU R. GH. (X: 1074, 86*, 7*, 8*, 9, 90*, XI: 991*, 3, 4, 5*, 1001, 2, 3, 5*, 6, 11*, 2, 3, 6*, E. G.: 872, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 9, 80*, 1, 2*, 3*, 5*, 6, 7*, 8*, 9*, 90*, 2, 3*, 5*, 6, 7, 8*, 9*, 900* A: 2, 3*, 4*, 5*, 6, 8, 9*, 10*, 1, 2*, 3, 4*, 5); MANTA D. APOSTOL (X: 1061, 2, 3, 5, 9*, 71, XI: 991*, 2, E. G.: 871*, 4*, A: 4); PĂTRÂNICHE A. NICOLAE (X: 1071, 5*, 6, 81, 3*, 4*, 5); SCHLOMIUK H. NORBERT (X: 1068*, 74, 5*, XI: 991, 4, 1006, E. G.: 885, A: 1, 2*, 4, 5); STĂNESCU D. CONSTANTIN (X: 1063, 6*, 7*, 8, 71, 2, 5*, 7, 83, 4, XI: 992, E. G.: 871*, 85*, A: 1, 2*, 4, 5, 8, 9).

Clasa a XI-a: ȚOPA D. NICOLAE (XI: 998, 9, E. G.: 875*, A: 2*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 2, București.

Clasa a VIII-a: BEDROSIAN C. BEDROS (VIII: 1081*, 2*, 3*, 4*, 6, 9*, 91*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8, 9*, 100*, 1*, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9, 10, IX: 1101, 2, 3, 7*, 10*, 1*, 2*, 3*, 4, X: 1071, 2, XI: 1001, E. G.: 871*, A: 4, 5*); BERCOVICI GEORGE (VIII: 1085, 7, 8); DUDCOWSKY I. PETRE (VIII: 1085, 7 8. 96, 7, 8, 102*, 3, 4*, 7, 8, IX: 1103, 17); IANCU M. LEON (VIII: 1085, 6, 7, 8, 9, 90, 1, 4*, 6, 7, 8, 9*, 100*, IX: 1107*, 12, 4, 5,); JUSTER M. DAN (VIII: 1082*, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8, 9*, 90*, IX: 1101*, 2*, 3, 7*, 10*, E. G.: 871*, A: 4); LUMÂNARE N. FLOREA (VIII: 1111*, 7, IX: 1102*, 3, 8*, 10*, 20*, X: 1061, 2, 3, 99*, XI: 1001, 10, E. G.: 871*, 3*, A: 4); PIRAM S. MAURICIU (VIII: 1096, 102, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8); ROITMAN N. ILY (VIII: 1094*, 106*, 10, 1, 3*, 4*, 5, 7, 9, IX: 1115, 7, 32, 3, 4, X: 1071, 2, XI: 1001, E. G.: 896).

Clasa a X-a: GRAMA N. NICOLAE (X: 1071, 2, XI: 996*, E. G.: 871*, 2, 4*, A: 4, 5); LEIBOVICI A. ARMAND (X: 1061, 3, 6*, 8, 71, 2, 3, 4, 6, 7, 81, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 91*, 2, 3, 6, 8*, 9, 100, E. G.: 896, 900*, 6); STOENESCU M. FLORIN (X: 1063, 71, 2, 82, 3*, 4*, 5, 7*, 8*, 9).

Clasa a XI-a: GEORGIAN N. NICOLAE (XI: 996*, 7*, 9*, 1001, 4, 25*, 30); HORODNICEANU MIREL (XI: 996*, 1007*, 10, 1*, 3*); LENZ N. FRIEDRICH (XI: 1013*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 24, 5*, 6, 7, 30*, E. G.: 876*, 92, 901*, 3*, 6*, 9); MARINEANU I. NICOLAE (XI: 1016*, 7*, 24, 5*, E. G.: 873*, 7*, A: 5, 8); MORARU E. VALERIU (X: 1004*, 7*, 8*, 10, E. G.: 874); PĂUNESCU **ȘT. GH. (XI: 1013*,** 6*, 7, 26, 7, 8*, 30*, E. G.: 875, 91, 2, 6, 7, 9*, 902, 6, 9, A: 10*, 3, 4*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 3, București.

Clasa a VIII-a: CHIPRIAN V. SORIN (VIII: 1081*, 2*, 3*, 5, 6, 7, 8, 9, 90); IONESCU-BUJOR C. CLAUDIU (VIII: 1084, 94*, 6, 7*, 8, 100*, IX: 1101*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9, 10*, 2*, 4*, 5, X: 1061, 2, 71, 2, XI: 994, 1001*, 4, 10, E. G.: 871, 8*, A: 1*, 2*, 4, 5); NICOLESCU C. MIRCEA (VIII: 1086, 90, IX: 1112, 8, X: 1075, E. G.: 891); PAL V. LIVIU (VIII: 1094); POPA C. DAN (VIII: 1081, 5, 7, 8, 94, 6, 7, 8, 100, IX: 1114); POPOVICI E. MIREL (VIII: 1081*, 101*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9, 11, 2, 3*, 7, 8*, 9*, 20*, IX: 1111, 2, 3, 4, 5, 6, 8, X: 1071, 2, 5*, 89, E. G.: 883, 5, 91, A: 4, 5*); STAN I. AUREL (VIII: 1096, 7*); STOICA I. MARIUS (VIII: 1082*, 3*, 5, 6, 7, 8, 9*, 90*, 1, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 99*, 100*, 1*, 2, 3, 7, 8, 9, 10, IX: 1101, 14); VOICU EUGEN (VIII: 1097, 107, 18*).

Clasa a IX-a: ISTODOR C. VALENTIN (IX: 1106*, 9, 11*, 8, X: 1064*, XI: 991*, 2*, 4, 5, 6*, 1001*, 2, E. G.: 871, 8*).

Clasa a X-a: IONIȚĂ C. GH. (X: 1071, 2, 3, 6, 81, 3*, 4, 7*, 8*, E. G.: 879).

Clasa a XI-a: NEDELCU M. MIHAIL (XI: 995, 1013*, E. G.: 871, A: 4*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 4, București.

Clasa a VIII-a: DOBRESCU M. ȘERBAN (VIII: 1082*, 3*, 5, 6, 8).

Clasa a X-a: BUNESCU T. VASILE (X: 1061, 3, 8, 71, 7, 83*, 4*, 7, A: 4, 8); POP M. ION (X: 1061, 3, 6, 8, 9, 71, 2, 81, 2, 3, 4, 5, 7*, 8*, XI: 991*, 2, E. G.: 871, 2, 3*); POPESCU M. CONSTANTIN (X: 1063, 71, 81, 3, 4, 5, 7, 90).

Clasa a XI-a: APOSTOLESCU I. VLASTAR (XI: 991*, 7*, 9).

Liceul teoretic de băieți Nr. 5, București.

Clasa a VIII-a: CHIRIȚĂ I. VASILE (VIII: 1091, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 100); MIHĂILESCU C. NICULAE (VIII: 1083, 5, 7, 8, 9, 94, 6, 7, 8, E. G.: 871*).

Clasa a IX-a: POPESCU V. DAN (IX: 1101*, 2*, 3, 4*, 5*, 6, 7, 8*, 9, 10, X: 1061, 2, 9*, 70*, XI: 994, E. G.: 871*, 2).

Clasa a X-a: CĂPĂȚÂNĂ N. VASILE (X: 1061, 2, 3, 7, 8, 71, 6, 81, 2, 3*, 4, 5); LOVIN C. MARTINIAN (X: 1061, 2, 3, 4*, 5, 6*, 7*, 8*, XI: 991*, 2, 4, 5, 6*, E. G.: 871, 8*, A: 4, 5); NEACȘU GR. ION (X: 1061, 2, 3, 5, 6*, 7*, 8*, 9*, 70*, 1, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8*, 9*, XI: 991, 2, 4, 5, 6*, 1001, 2, 6, 10, E. G.: 871, 2, 3*, 4*, 6*, 7*, 8*, 9, 80, 5, A: 1, 4, 5, 6, 8); SPINZI S. MAXIMILIAN (X: 1061, 2, 3, 81, 2, 3, 4).

Liceul teoretic de băieți Nr. 6, București.

Clasa a XI-a: PIRINGER S. REINHARD (XI: 994, 7, 8, 1000, A: 1, 4, 5).

Liceul teoretic de băieți Nr. 7, București.

Clasa a VII-a COROIAN A. ALEXANDRU (E. G.: 871, 2, A: 4, 5); MONCIUNSCHI B. PETRE (VII: 367, 8*, 9*, 70, 1*, 2, 3*, 4*, 5, VIII: 1092*, 3*, 4*, 6, 7, 8, 100*, 2*, 3*, 7, 12*, 7, 9*, X: 1071, E. G.: 891, A: 13); POPESCU M. CĂLIN (VII: 367, 8*, 9*, 70, 1*, 2, 3*, 4*, 5, VIII: 1081*, 91, 2*, 3*, 4*, 5*, IX: 1106, 19, 20*, E. G.: 881, 91, 902*, A: 1, 4, 5); POPOVICI P. MIHAIL (VIII: 1081*, 2*, 4*, 6*, 7, 8*, 9*, 90*, IX: 1102*, 3, E. G.: 871*, 2, 3*, A: 1, 2, 4, 5).

Clasa a VIII-a: CONSTANTINESCU I. OVIDIU (VIII: 1085, 9, 91, 8, IX: 1101*, 7*); DUMITRESCU V. ȘERBAN (VIII: 1081, 3, 5, 6, 7, 8, 91, 4, 5, 6, 7, 8); DUMITRESCU V. VLAD (VIII: 1081, 3*, 5, 6, 8, 90*, 1, 8, 102, 3*); LAZAROVICI C. CRISTIAN (VIII: 1082, 3*, 4*, 5, 6, 8, 9*, 90*, 1, 2*, 3*, 4, 5*, 8, 9*, 100*, IX: 1101*, 7*, 10*, X: 1075*); MICULESCU CAIUS (VIII: 1083, 4, 5, 7, E. G.: 871); OANCEA V. GABRIEL (VIII: 1082, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9*, 90*, 1, 2*, 3*, 4, 8, 9*, 100*, 1*, 2, 3, 4*, IX: 1101*, 12, 4, X: 1089); ȘERBĂNESCU N. ALEXANDRU (VIII: 1081, 2, 5, 7, 8, 9, 94, 6, 7, 8); ȘERBĂNESCU ȘT. DINU (VIII: 1083, 4, 6, 8, 9, 90, 3, 4, 100, 2, 3, 7, 8, IX: 1112, X: 1075).

Clasa a X-a: DELEANU I. ARISTIDE (X: 1071, 2, 3, 6, 8*, 9*, XI: 991*, 4); DRAGOMIR I. DAN (X: 1061, 2, 3, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, XI: 991*, 2*, 3, 4, 5*, 6*, 7, E. G.: 871, 2 ,3*, 8*, A: 1, 2*, 4, 5); HANGAN M. THEODOR (E. G.: 872, 3*, A: 4, 5); ȘERBĂNESCU N. GHEORGHE (X: 1061, 2, 3, 5*, 6*, 7*, 8*, 9, 71, 2, 6, 81, 2, 3*, 4*, 7*, 8*, XI: 991*, 2*, 1011*); VISARION A. VIOREL (X: 1061, 6*, 7*, 9*, 71, E. G.: 879, A: 3); ZĂNESCU A. LIVIU (X: 1085, 9, 96, 7, E. G.: 898*, 900*, 2, 3*, 4*).

Clasa a XI-a: DUMITRESCU V. VICTOR (XI: 1000, 8, E. G.: 871, A: 1, 4, 5).

Liceul teoretic de băieți Nr. 8, București.

Clasa a XI-a: CORCIOVEI I. ARETIN (XI: 1011*, 2*, 3*, 4*, 5*, E. G.: 891, 2, 5*, 6, 7, 9*, 900*, A: 11, 2*, 3, 4*, 5).

Liceul teoretic de băieți Nr. 9, București.

Clasa a VIII-a: NISTOR I. DORIN (VIII: 1091, 4, 100*, X: 1075).

Clasa a X-a: BRĂTĂȘANU C. PAUL (X: 1062, 3).

Clasa a XI-a: STĂNESCU D. CRISTIAN (XI: 1002, 4, 5, 6, E. G.: 881); VASILIU M. MIRCEA (XI: 991*, 2*, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, E. G.: 871, 2, 3, 4, 5, 7, 8*, 9).

Liceul teoretic de băieți Nr. 10, București.

Clasa a VIII-a: ALBINESCU V. VICTOR (VIII: 1083, 7); MUȘAT ȘT. GHEORGHE (VIII: 1082*, 3*, 5, 6, 7, 8); POPOVICI ȘT. DINU (VIII: 1082*, 3*, 5, 6, 7).

Clasa a XI-a: ALBINESCU V. CONSTANTIN (XI: 991*, 2*, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, 1000, E. G.: 871, 2, A: 4); CHIRCULESCU C. NICOLAE (XI: 991*, 2*, 3, 4, 5, 6*, 7,

8, 9*, 1000, 1, 2, 3, 4, 6, 8, E. G.: 871, 2, 7*, 85, A: 1, 4, 5, 8); MUŞAT ŞT. IOAN (XI: 1005, 7*, E. G.: 873, 4*, 5*, 9, 80*, A: 2*, 3*); NICOLAU D. CRISTIAN (XI: 993, 4, 5*, 7, 8, 9*, E. G.: 872, 4*, 9, A: 1); ŢEŢU C. GEORGE (XI: 991*, 2*, 3, 5, 7, 8, 1000).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 13, Bucureşti.

Clasa a X-a: GHEORGHE Z. DUMITRU (XI: 991*, 6*, E. G.: 871, 2, 3*, 4*, 7*, 81, 6).

Şcoala tehnică pentru Industria Lemnului, Bucureşti.

Clasa a X-a: ŢURCANU D. CONSTANTIN (X: 1068*, 71, 2, 3, 5*, 6, 7, XI: 992*, 4, 5, 7, 1001, 4, 7, 8, 10, E. G.: 871, 81, 5, A: 2*, 5, 6, 8).

Şcoala elementară Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a VII-a: IONESCU-BUJOR C. ODIN (VII: 369*, 71*, 3*, 4*, 5*, VIII: 1091).

Şcoala elementară Nr. 22, Bucureşti.

Clasa a VII-a : BLĂNARU G. DAN (VII: 364, 6*, 7*).

Şcoala elementară Nr. 42, Bucureşti.

Clasa a VII-a: MARINESCU VALERIU (VII:364*, 5, VIII: 1087, 8); TOMA ROMEO (VII: 375).

Şcoala elementară, Herăstău.

Clasa a VII-a: FLORESCU I. DAN (VII: 364*, 5, 6*, VIII: 1083*, IX: 1106, X: 1061, E. G.: 874*, A: 4, 5).

Particulari, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: TELEMAN KOSTAKE (VIII: 1091*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8, 9*, 100*, 1*, 2*, 3*, 4*, 8*, 9, 10, IX: 1111*, 2*, 3, 4*, 5, 6, 7, 8, 21, X: 1067*, 9, 70*, 1, 2, 3, 4, 5*, 7, 80, 1*, 2, 3, 4, 7*, 8*, XI: 997, 8, 1001, 6, 7, 8*, 10, E. G.: 873, 4*, 5*, 81, 5*, 91, 2, 5*, 6, 7, 900*, A: 6, 7*, 8, 9*, 10*).

Liceul teoretic de băieţi, Buzău

Clasa a X-a: MERIU C. GHEORGHE (X: 1061, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 70*, 1, 2, 3, 4, 5*, 7, 81, 2, 3*, 4*, 5, 7*, 8*, 9, XI: 991, 2*, 6*, 1011*, 3*, E. G.: 885*, 96, A: 4, 5, 8); STOIAN N. DUMITRU (X: 1065, 81, 7*, 8*, XI: 991*).

Particulari, Buzău.

Clasa a IX-a: CERNAT N. AUREL (IX: 1122, 7, 8, 30, X: 1079, 81, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, XI: 1014, 6, E. G.: 872, 83, 9, 91, 5, 6, 9, 900).

Liceul de băieţi din Călăraşi, Ialomiţa.

Clasa a IX-a: MOISE NICOLAE CONST. (IX: 1101, 2).

Clasa a X-a: GOICEA I. ION (X: 1063, 6, 8, 81, 2*, 7, 9, XI: 993, 1003, 4); POPESCU I. GHEORGHE (X: 1061, 6, 7, 8, 82*, 7, 9, XI: 991, 3, 4, E. G.: 896, A: 1, 4, 5).

Clasa a XI-a: IONESCU I. NAPOLEON (XI: 992, 3, 4, 7, 8, 9, 1000, 1, 4, 7*, 8*, E. G.: 885, A: 4*, 5, 8).

Liceul mixt, Câmpina.

Clasa a X-a: CONSTANTINESCU T. DAN (X: 1061*, 2, 3, 5, 7, 8*, A: 4).

Liceul de fete, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VIII-a: MIHĂESCU C. LUCIA (VIII: 1081, 3*, 5*, 8).

Liceul de băieți, Câmpulung-Muscel.

Clasa aVII-a: Cristescu Gh. Mircea (VII: 365, 6*, VIII: 1098).
Clasa a IX-a: Vasilescu I. Constantin (IX: 1101, 2*, 3, 4*, 5*, 1110, 2*, 3, 4, 6, 7, 24, 6*, 7, 8, X: 1071, 2, A: 1, E. G.: 891*); Vișoiu Alexandru (IX: 1127, 8*, 9*, X: 1089).

Liceul de băieți, Caracal.

Clasa a XI-a: Andreescu Gh. Vladimir (XI: 994, 7*, 8, 1008*, A: 5).

Liceul mixt, Caransebeș.

Clasa a VI-a: Tolocica Gh. Stela (VI: 2, 3, VII: 364, 6).
Clasa a VIII-a: Horescu I. Atanasie (VIII: 1081, 3, 90).
Clasa a XI-a: Cernușen A. Leonida (XI: 993*, 5, 8, 9).

Liceul de fete Nr. 1, Cluj.

Clasa a VIII-a: Moldovan I. Georgeta (VIII: 1103, A: 4, 5).

Liceul de băieți Nr. 3, Cluj.

Clasa a VIII-a: Borzac I. Ioan (VIII: 1081*, 3, 5, 7, 8); Sopa P Sorin (VIII: 1081, 2*, 3, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 90, 101, A: 1).

Liceul „Mircea cel Bătrân", Constanța.

Clasa a X-a: Comănescu S. Valerian (X: 1071, 2, 3*, 4, 5*, 6*, XI: 993, 6*, 1006,* 7, 8, 10, E. G.: 871*, 4*, 6, 7*, 86).

Liceul de fete Nr. 1, Craiova.

Clasa a VI-a: Lișteveanu Daniela (VI: 361, 2, 3, 4*, 6, 7, 9).
Clasa a VIII-a: Grigorașcu Niculina (VIII: 1087, 9*, 91*, 6, 7*, A: 5); Marinescu I. Caliopy (VIII: 1102, 3, 6, 7, 8).
Clasa a IX-a: Nicolae M. Elena (IX: 1132, 3, 4, 5*, XI: 1024*, 5*).

Colegiul popular „N. Bălcescu", Craiova.

Clasa a X-a: Făcăoaru G. Ioan (X: 1070*, 4, 81, 2*, 3*, 4*, 5, 6*, 7*, 8, 9, XI: 994, 1004, 6*, 11, E. G.: 876); Vărzaru Emanoil (X: 1071*, 2, 3, 4*, 5, 6, 8, 80*, XI: 1001*, 2, 4, 6, 7, 8, 10, E. G.: 881, 3, 5, A: 6, 8*).

Liceul teoretic mixt Curtea de Argeș

Clasa a VIII-a: Avram C. Mihai (VIII: 1087, 8, 9); Avrigeanu Emil (VIII: 1081, 96, 7); Aron Ion (VIII: 1085, 8, 9, 90); Barbu N. Nicolae (VIII: 1091, 6, 7, 102); Bițu Nicolae (VIII: 1085, 7, 8, 91, 6, 7); Bodea Angela (VIII: 1091, 7); Boncea Gheorghe (VIII: 1081, 5, 7, 8); Boncea Nicolae (VIII: 1087); Botorcu I. Niculina (VIII: 1091, 7); Bușu Ștefan (VIII: 1091, 6, 7, 8, 1102); Caragea Niță (VIII: 1087, 8); Cărăușu Aurel (VIII: 1091, 6, 7); Ceapă Titus (VIII: 1081, 5, 6, 7, 9); Cotorobai Vasile (VIII: 1081); Cismariu Amuliu (VIII 1085, 91); Chesnoiu Tudor (VIII: 1081, 7, 8, 91, 2, 6, 7); Chiriloiu Cornel (VIII: 1085, 7, 96); Cioacă Marin (VIII: 1096, 7); Cristea I. Gheorghe (VIII: 1081, 96); David St. Alexandru (VIII: 1085, 7, 8, 91); Dima Ion (VIII: 1081, 2, 3, 5, 7, 8, 90); Dima Tudor (VIII: 1083, 5, 7, 8); Diaconu E. Marin (VIII: 1086, 7); Donoiu P. Ion (VIII: 1096); Dragomir Eremia (VIII: 1081, 5, 7, 96); Dragomir Ilie (VIII: 1087, 91, 6, 7); Drăgănescu Florin (VIII: 1091, 6, 7); Dumitru V. Ghiță (VIII 1085, 91, 6); Duță Mihai (VIII: 1085, 91, 6); Florea N. Puiu (VIII: 1091, 6, 7); Florescu Eleonora (VIII: 1088, 96); Florescu Graur (VIII: 1085 6, 8, 97); Fulea E. Petre (VIII: 1081, 3, 5, 6, 7, 90, 1); Georgescu Alice (VIII: 1086, 97); Giuglea Elena (VIII: 1091, 4, 6, 7); Gligareanu Valerian (VIII:

1081, 6); GOLDA GHEORGHE (VIII: 1087, 91, 5, 7, 102); GOLESCU VASILE (VIII: 1081, 2, 5, 91); GORUNESCU ANA (VIII: 1081, 5, 6, 8, 90, 1); GORUNESCU CORNELIA (VIII: 1085, 6, 8, 90, 7); GURIUC LUCIA (VIII: 1081, 2, 5, 7, 8, 90, 1); IANCULESCU ILEANA (VIII: 1081, 2, 7, 8); IONIȚĂ VERONICA (VIII: 1088); ILIESCU MARCEL (VIII: 1081, 2, 4, 5, 7, 8); IVAN N. FILIP (VIII: 1091, 4, 7); JIDOVU GHEORGHE (VIII: 1087, 96, 7); LIVIU GOLDA (VIII: 1091, 6, 7, 102); LĂZĂRESCU ALEXANDRU (VIII: 1091, 6, 8); MANOLESCU VICTORIA (VIII: 1091, 7); MARINESCU SEBASTIAN (VIII: 1081, 3, 5, 6, 7, 8, 90); MĂLAIU FLOREA (VIII: 1085, 7, 8); MOROIANU R. GHEORGHE (VIII: 1091, 4, 6, 7); MOHANU I. VICTOR (VIII: 1081, 5, 91); NĂDRAG C. ION (VIII: 1081, 8, 91, 4, 6, 7); NIȚĂ PAUL (VIII: 1082, 5, 90); OANCEA NAE (VIII: 1085, 8); OCĂNOAIA NICOLAE (VIII: 1081, 2, 91); OPREA ELENA (VIII: 1081, 5, 6, 8, 90); OPREA D. ION (VIII: 1081, 3, 6, 7, 8, 90, 1); PANȚURESCU MARIA (VIII: 1096); POPESCU CORNEL LIVIU (VIII: 1081, 2, 3, 5, 7, 8, 90); PRUNACHE GH. GHEORGHE (VIII: 1081, 2, 3, 5, 8, 90); POPESCU ION (VIII: 1096, 7); POPESCU MIRCEA (VIII: 1091, 7); POPESCU ECATERINA (VIII: 1081, 5, 6, 90); PREDAN FLORIAN (VIII: 1081, 90, 1, 5); RUCĂ STAVĂR (VIII: 1085, 8, 91, 4, 6); SĂVULESCU ECATERINA (VIII: 1094, 6); SLĂVESCU NICOLAE (VIII: 1086, 7, 8); ȘERBAN IOAN (VIII: 1082, 5, 8, 90); SMEUREANU D. DUMITRU (VIII: 1081, 3, 5, 6, 7, 8, 90); STAMA CONSTANTIN (VIII: 1085, 8); STAMATE ELENA (VIII: 1081, 5, 90); STAN NICOLAE (VIII: 1091, 6); STĂNILĂ ELENA (VIII: 1086, 7, 8, 91); SPIESCU DUMITRU (VIII: 1081); STARICI LEONIDA (VIII: 1085, 91, 7); STERESCU EMANOIL (VIII: 1081, 3, 5, 7, 8, 90); ȘTEFĂNESCU MARIA (VIII: 1082, 3, 5); TITA MARGARETA (VIII: 1081, 2, 5, 7, 8, 90, 1); TEODORESCU MARGARETA (VIII: 1091, 7); TĂTARU CORNEL (VIII: 1091, 4, 6, 7); TĂNĂSESCU ANTON (VIII: 1086); TURCU PETRE (VIII: 1081, 6, 7, 91); TURTURICĂ NICOLAE (VIII: 1087, 96, 7); VASILESCU MELANIA (VIII: 1088); VASILESCU VIRGIL (VIII: 1085, 7, 8); VASILESCU DUMITRU (VIII: 1081, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 90); VEGA EUGENIA (VIII: 1081, 5, 6, 8, 90); VASILIU VIRGIL (VIII: 1085, 8, 91); VOICILĂ NICOLAE (VIII: 1081, 5, 8, 90, 1); VOINICU D. ANDREI (VIII: 1091, 7); VLAD MARIA (VIII: 1091, 6, 7,); ZAMFIR ION (VIII: 1087, 91, 7).

Clasa a IX-a: BADEA ELISABETA (IX: 1102, 13, 4, 22); BOIANGIU COSTIN (IX: 1071); CAPLAN SEVER (IX: 1101, 2, 5, 10, 22, 4); CEAPĂ GHEORGHE (IX: 1101*, 2*, 3, 5*, 7, 10*, X: 1071); COMĂNESCU GH. NAPOLEON (IX: 1113, X: 1071); DINOIU ELENA (IX: 1122); DUMITRESCU LUCIA (IX: 1101, 2); EFTIMIE I. ION (IX: 1102); GHEORGHE N. NIȚĂ (IX: 1102, X: 1071); GIULA CONSTANȚA (IX: 1113, 4); GHIOCA MARIA (IX: 1101, 24); GLONȚESCU I. ALEXANDRU (IX: 1103, X: 1071); IDOR PAULINA (IX: 1102, X: 1071); LUCA ANATOLIE (IX: 1102, 24, X: 1071); OLTEANU MIHAI (IX: 1101, 2, 3, X: 1071); MARTINOVICI ANASTASIA (IX: 1114); MITĂICA ELIZA (IX: 1102, 3, 5); OSACI GHEORGHE (IX: 1101, 2, 7, 13, 4, X: 1071); PISICA A. MIHAIL (X: 1071); POPA N. GHEORGHE (IX: 1113, X: 1071); ROȘU N. CONSTANTIN (IX: 1107); SMEUREANU ALEXANDRA (IX: 1102, X: 1071); STĂNCIOIU ISIDOR (IX: 1101, 2, 3, 10, 5, X: 1071); STĂNCIULESCU LUCIAN (X: 1071); STĂNESCU MIHAI (IX: 1102, 24, X: 1071); STĂTESCU GH. VASILE (IX: 1102, X: 1071); TEODOR C. VOINEA (IX: 1102, X: 1071); TEȚEANU MARGARETA (IX: 1102, X: 1071); TOMA FILOFTEIA (X: 1071); VASILE I. GHEORGHE (IX: 1101, 2, 13, 4*, 24, X: 1071); VICTOR GH. CĂLIN (IX: 1102, X: 1071); VULPESCU ALEXANDRU (IX: 1102, X: 1071).

Clasa a X-a: ANDREI I. CONSTANTIN (X: 1069, 71, 2, 84, 5, 7, 8, XI: 991); ANTONESCU IOAN (X: 1072, 8, 3, 4, 5, XI: 991); BUCURENCIU N. GHEORGHE (X: 1063, 5, 6, 8, 71, 83, 4, 5, 7); BURLACU STANCIU PETRUȘ (X: 1061, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 71, 2, 82, 3, 5, 8, XI: 991); CONDURAT CONSTANTIN (X: 1068, 71, 2, 83, 4, 5, 7, 8); CRISTEA T. IONEL (X: 1063, 8, 76, 83, 5); CUPEȘ D. MIRCEA (X: 1066, 8, 71, 2, 83, 4, 5, 7); DAN GHEORGHE (X: 1083, 4, 5 8); DIMA EMIL (X: 1062, 3, 5, 6, 8, 9, 71, 2, 81, 2, 3, 4, 5, 7, 8, XI: 991); DUMITRESCU GH. NICOLAE (X: 1063, 83, 4, 5, 7, 8, XI: 991, 2); DUMITRESCU B. PETRUȚ (X: 1061, 3, 5, 6, 8, 9, 72, 81, 2, 3, 4, 5, 7, 8); DUMITRU ELEFTERIE (X: 1063, 6, 8, 72, 83, 4, 5, 7, 8); DRĂGĂNESCU DAN (X: 1063, 6, 8, 71, 2, 81, 2, 3, 4, 5, 6, 7); ELISEI A. TEODOR (X: 1062, 3, 5, 6, 8, 9, 71, 2, 81, 2, 3, 4, 5, 7, 8, XI: 991); EREMIA CONSTANTIN (X: 1063, 8, 71, 2, 82, 3, 4, 5, 7,

8); FICA VASILE (X: 1066, 8, 71, 2, 8, 81, 3, 4, 5, 7); FILIPOIU MIU (X: 1081, 3, 4, 5); GRIGORIU IOAN (X: 1063, 78, 82, 3, 4, 5, 7, 8); IANCULESCU MĂNDICA (X: 1063, 84, 5); JIVU IOAN (X: 1066, 8, 72, 81, 3, 4, 5); MATEI CORNELIU (X: 1068, 71, 2, 82, 3, 5, 8); NEGOESCU GHEORGHE (X: 1063, 6, 71, 2, 81, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9); NIȚĂ PETRE (X: 1062, 8, 71, 2, 81, 2, 3, 4, 5, 7); REBEDIU ION (X: 1063, 6, 8, 72, 82, 3, 4, 5, 7, 8); SINGUREANU ION (X: 1068, 83, 5); SCURTU GRIGORE (X: 1068, 72, 83, 5, 7); STROESCU CONSTANTIN (X: 1066, 71, 2, 82, 3, 7); TOMESCU ILIE (X: 1063, 5, 6, 8, 71, 2, 3, 4, 5, 7, 88); TUDORACHE ȚARLA (X: 1068, 72, 3, 5, 8); URSAN ANDREI (X: 1082, 3, 4, 5, 7).

Clasa a XI-a: IONESCU ALEXANDRA (XI: 991, 4, 7, 9, 1000, 1); MUNTEANU IONEL (XI: 994, 5, 7, 9, 1000, 1, 2, 4, 6, 8); MILEA MARCEL (XI: 994, 7, 9, 1000, 8); NIȚĂ N. JEAN (XI: 991, 4, 5, 7, 9, 1000, 1, 4, 6, 7, 8); PANĂ ST. MARIN (XI: 991, 1000, 8); POPA VASILE (XI: 991, 1000, 8); PRALEA ANA (XI: 991, 4, 7, 9); PRISICEANU ȘTEFAN (XI: 991, 4, 5, 7, 9, 1000, 1, 2, 4, 6, 7, 8); ROMAN EUGEN (XI: 991, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1000, 8); ROȘU EMILIAN (XI: 991, 7, 9, 1000, 1, 7, 8); VASILESCU DOINA (XI: 991, 4, 7, 9); VLĂDESCU VLĂDUȚ (XI: 991, 4, 7, 1000, 2, 6, 7).

Liceul de băieți din Oradea-Mare

Clasa a VII: PETROVICI L. LIVIU (VII: 364, 5*, 6*).

Clasa a VIII-a: JERAN VASILE (VIII: 1085, 6, 7, 8, 96, 7, 8, 1110, 8, IX: 1114).

Clasa a IX-a: CIUPA L. SORIN (IX: 1119, 21, 2, 3*, 6, 7, X: 1089, XI: 1001); LEUCA F. VIOREL (IX: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8, 9, 10, X: 1061, 3, 9, E. G.: 871, 3*, 4*, A. 5); NICOARĂ N. TRAIAN (IX: 1102, 3, 4, 5*, 10*, X: 1061, 3, E. G.: 873, A: 4, 5); PĂTROC P. NICOLAE (IX: 1101*, 2, 3, 7*, E. G.: 871*); POPA G. VIOREL (IX: 1102, 3, 14, 8).

Clasa a X-a: BUGA M. ROMULUS (X: 1062, 3, 70*, A: 1, 4, 5, E. G.: 871*, 3*, 7*); CHIȘIU P. TEODOR (X: 1063, 6, 7, 8, XI: 996: E. G.: 876*, 9*); JERAM ION (X: 1063, 81, 2*); HAȚEGANU A. PETRU (X: 1061, 2*, 3, 4*, 5, 6, 7, 8*, 9*, 70, 1, 2, 3, 4, 5*, 6, 8, 9*, 80, 1, 2*, 3, 4, 5*, 7, 8*, 9, 90*, XI: 991, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8, 9, 1000, 1, 2*, 4, 6*, 10*, 1*, 3, 7*, 8*, E. G.: 871*, 2*, 3*, 4, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 80, 1, 2*, 3, 5, 6, 91*, 5*, 6, 7*, 9*, 900, A: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 2, 3*, 4); MALIȚA T. IOAN (X: 1066, 70, 8, 80, XI: 996, 1010, E. G.: 871, 2, 81, 5); OLIMPIU GHEORGHE (X: 1063, 6, 70); SÂRBU C. NICOLAE (X: 1061, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 72, 3, 4, 5*, 6*, 8, 81, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, XI: 999, 1005, 11, E. G.: 873*, 9*, 96, A: 5); STOIA F. DUMITRU (X: 1061, 2, 3, 4*, 7*, 8, 9*, 70*, A: 1, 4, 5); ȘUTA I. MIHAIL (X: 1065, 9, 80, 8, XI: 995, 1000, 11, 2*, 7*, 8*, E. G.: 889, A: 11); TRAIAN A. COSTIN (X: 1063, 9, 70*, 1, 2, 80*, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, XI: 1006, 10, E. G.: 896, A: 10).

Clasa a XI-a: HRINKA A. IOAN (XI: 1007, 8, 10, 6, 23, 4, 9); POPA T. PAVEL (XI: 1004, E. G.: 871*, 6*, 8, 9*, A: 1); TRIFA D. FLORIAN (XI: 991, 2, 4, 5, 6, 9); VIDICAN G. ION (XI: 991, 2*, 4, 1011, E. G.: 873*, 85, A: 4).

Școala medie Tehnică Metalurgică din Oradea-Mare.

Anul I-iu: BOLOJAN DUMITRU (VIII: 1001); HABERMANN TIBERIU (VIII: 1085).

Liceul mixt din Oravița.

Clasa a VIII-a: BUTARU GH. (VIII: 1098, 100); MELCA GHEORGHE (VIII: 1085, 96, 7, 8).

Clasa a X-a: ZABERCA V. ILIE (X: 1000, XI:. 1022).

Liceul de băieți din Piatra-Neamț.

Clasa a IX-a: HOGEA GRIGORE (IX: 1102, 8*, 9, X: 1061, 2, 6, 71, 2, 5*, 80*, 5, XI: 993, 4, 100, 1, 4, 6, 10, E. G.: 873, 4, 6, 95, 7*, 9*).

Clasa a X-a: ZAMFIR C. VASILE (X: 1061, 2, 6, 9, 71, 2, 3, 5, 80*, 1, 2, 3, 4, XI: 994, 1001, 4, 6, E. G.: 870*, 81*).

Clasa a XI-a: CERCHEZ GH. GHEORGHE (XI: 994, 1006, 7).

Liceul de băieți din Pitești.

Clasa a VIII-a: PIETRARU S. VITALIUS (VIII: 1081, 2, 3*, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, 90, 1, 2*, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1000, IX: 1120, X: 1061, 2, 3, 5, 71*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, XI: 992, 4, 6, 1001, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 1*, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, E. G.: 871, 5, 81, 5, 6, A: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9); STĂNESCU A. VIOREL (VIII: 1082, 6, 1102, 3, 7, 8, 9, 27, 30, X: 1072, 7, E. G.: 896).

Clasa a X-a: ALEXE P. ION (X: 1061, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 70, XI: 1000, E. G.: 871, 2, 7); ANDREESCU C. SERGIU (X: 1065, 7, 9, 75*, 6, 81, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 90, A. 11); DUNĂ D. GHEORGHE (X: 1067, 8, 9*, 70, 81, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, 9, 94, XI: 1003, 4, 11, 2, E. G.: 871, 4, 9*, 91*, 2*, 5*, 6*, 7*, 900, A: 9, 13, 4, 5); ILIESCU C. PAUL (X: 1062, 3, 5, 6, 8); PETCU GH. MIHAI (X: 1081, 2, 3, 4, E. G.: 891, 2*).

Clasa a XI-a: BUNESCU I. CONSTANTIN (XI: 991, 3, E. G.: 872, 4, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, A: 1, 2, 3); IONESCU GABRIEL (XI: 991, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 1000 E. G.: 871*, 2, 3, 4*, 6*, 7, 9*, A: 4, 5); NEDELESCU D. PETRE (XI: 991, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8*, 9, 1000*, E. G.: 871*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6, 7*, 8, 9*, 80, A: 1, 2, 3, 4, 5); TEODORESCU M. LUCIAN (XI: 991, 3, 4, 9, 1001, E. G.: 872).

Școala Medie Tehnică Profesională din Pitești.

Anul I-iu: ARON D. ENE (VIII: 1081, 3); BĂNICĂ C. ION (VIII: 1081, 3, 4, 5, 90, 1107, 10, E. G.: 874); DAVIDSOHN S. IZU (IX: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, E. G.: 871, 3); BUCUR ST. ION (VIII: 1081, 2, 3, 4, 5, IX: 1107, E. G.: 871); DINU N. PETRE (VIII: 1081*, 3*, 5, 8, IX: 1107, E. G.: 871*); GHEORGHE C. CONSTANTIN (VIII: 1081, 3, 5, IX: 1107, E. G.: 871); GEORGESCU P. GHEORGHE (VIII: 1081, 3, 5, 8, IX: 1107, E. G.: 871); GEORGESCU C. POMPILIU (VIII: 1081, 3, 1107, 10, E. G.: 871*, 3*, A: 4*); MARINESCU G. NICOLAE (VIII: 1081, 3, IX: 1107, 10, E. G.: 871); OPREA A. MARIUS (VIII: 1081, 9); OPRESCU T. ION (VIII: 1081, 3, 5, 6, 7, 8, 9, IX: 1107, E. G.: 871); POPESCU D. GHEORGHE (VIII: 1083, IX: 1107); PREDA D. ION (VIII: 1081, 3, IX: 1107); RADU N. DUMITRU (VIII: 1081*, 3, 1110, 1107); ȘTEFAN STELIAN (VIII: 1081, 3, 5); VIDONI ȘTEFAN (VIII: 1081, 3, IX: 1107).

Anul al II-lea: CÂRLĂNARU R. ION (VIII: 1102, 4); DANA M. ION (IX: 1101, 3); DRAGOMIR STAN (IX: 1101*, 2, A: 4, E. G.: 871); FULGEANU GH. IOAN (VIII: 1101); GAIȚĂ G. GHEORGHE (IX: 1101, 2, 1103); NEDELCU G. FLOREA (VIII: 1102, 7); PIELARU ST. ILIE (IX: 1102, 7); PREDEANU M. DUMITRU (IX: 1101, 2, 3); STAN G. IOAN (IX: 1103, 5).

Liceul de băieți din Ploești.

Clasa a VIII-a: BORDEANU N. STELIAN (VIII: 1094, 6, 7, 8, 1101, 2, 3, 4, 5, 6); BROZICI G. FLORIN (VIII: 1081, 5, 91, 4, 5, 7, 102); CONSTANTINESCU M. ALEXANDRU (VIII: 1101, 2, 3); DIACONESCU R. GHEORGHE (VIII: 1081, 3, 96, 7); DOBRA N. EUGEN (VIII: 1119); PAPINA ST. RADU (VIII: 1081, 5, 7, 8, 91, 4, 5, 6, 7, 8, 9, IX: 1112, 4); POPESCU C. VALENTIN (VIII: 1081, 3, 91, 2, 3); NICULESCU A. VALERIU (VIII: 1081, 2, 5, 90); STĂNCIULESCU I. OVIDIU (VIII: 1081, 5, 8, 92, 4, 6, 7, 8, 100); SUCIU G. DAN (VIII: 1091, 6, 7, 8); ȘERBU C. MIRCEA (VIII: 1085, 7); VINCENȚIU I. DUMITRU (VIII: 1081, 3, 5); ZAHARESCU C. MARIN (VIII: 1081, 3, 7, 8, A: 1, 4, 5).

Clasa a IX-a: Bucurică C. Gheorghe (IX: 1101, 3, 4, 14); Ferăstrău I. Ion (IX: 1102, 3, 4, 12, 4, 5); Gheorghiu V. Vasile (IX: 1106, 7*, 8, 18*, 9, 22, 3, 4, 5, X:1069, 79, 81, 7, E. G.: 872*, 3*, 4*, 7*, 85, A: 1, 2, 4, 5).

Clasa a X-a: Apostol C. Paul (X: 1061, 2, 3, 6, 7, 8, 71, 5*, 6*, XI: 871*, 3*, 992); Niculescu D. Eugen (X: 1061, 3, 6, 7, 8, 70, 1, 2, 81, 3, 4, 5, 7, 9, XI: 1010, E. G.: 871, 81, 93, 5, A: 5).

Liceul de fete din Ploiești.

Clasa a X-a: Calușiță I. Mioara (X: 1075*, 6*, 8, 80*, 1, 3, 4, 5, E. G.: 878*, A: 1, 11, 3).

Scoala Elementară din Ploești

Clasa a VII-a: Huzureanu Constantin (VII: 373, VIII: 1119); Macri Al. Paul (VII: 370, 1, 3, 4, 5, VIII: 1119); Popovici T. Radu (VII: 374).

Liceul mixt din Râmnicul-Sărat.

Clasa a VII: Vieru V. Nicu (VII: 364, 5, 6).

Clasa a VIII-a: Dobricilă Gheorghe (VIII: 1096, 7, 102, 9); Negoescu St. Aurel (VIII: 1081, 91, 7); Platon I. Valeriu (VIII: 1081, 3, 5, 6, 91, 3, 4, 6, 7, 109); Mihalcea I. Olimpia (VIII: 1091, 2, 6, 103*); Sandu Agata (VIII: 1111, 2, 7, 9); Săndulescu I. Stănel (VIII: 1081, 3, 91, 3, 4, 5, 1119); Sava R. Ion (VIII: 1081, 5, 92, 3); Slobozeanu Gheorghe (VIII: 1004, 102); Stoiculescu St. Florică (VIII: 1081, 3, 91, 2, 3, 4, 5, 7, 100); Theodorescu M. (VIII: 1081, 3, 94, 6, 8); Ungureanu M. Emil (VIII: 1085, 6, 8, 102, 3).

Clasa a IX-a: Călin I. Adrian (IX: 1103, 12, 3, 4, 5, E. G.: 885); Cerski T. Tatiana (IX: 1102, 3, 7*, 22, 30); Drăgulescu C. Mitică (IX: 1127, 32, 3, 4, 5, E. G.: 871, A: 8); Gheorghiță Nicolae (IX: 1103, 12, 3, 32, 3, 4); Isofache N. Aristide (IX: 1124, 32, 3, 4); Lentoiu Gh. Tudorel (IX: 1114, 5, E. G.: 885, A: 15); Munteanu I. Dumitru (IX: 1114, 5, 7*, 22*, 4, 32, E. G.: 885); Sare Constantin (IX: 1132, 3, 4); Pascu N. Remus (IX: 1103, 12, 3, 4, 5, E. G.: 885); Săndulescu I. Eliza (IX: 1107*, 12, 3, 7); Slev T. Victor (IX: 1103, 12, 3, 4, 5, E. G.: 885, A: 5); Stog D. Ilie (IX: 1123*, 4*, 32, 3, 4); Zaharia S. Valeria (IX: 1103, 12, 3, 4, 5, E. G.: 885, A: 5); Zuchi St. Gheorghe (IX: 1132, 3, 4).

Clasa a X-a: Botea D. Virgil (X: 1065, 74, 6, 81, 2, 5, 6, A: 1, 4, 5, 8); Liviu Ariton (X: 1061, 2, 3, 5, 6, 8, 71, 5*, 81, 2, 3, 4, 8, 9, 91, 2*, XI: 1001, 10, E. G.: 871, 2, 5, 6); Octavian G. Marin (X: 1062, 5, 9, 85*, 6, 7, 8, 9*, E. G.: 871, 91, 6, A: 4, 11); Șerban T. Eugen (X: 1063, 81, 2, 3, 4).

Clasa a XI-a: Botez D. Alexandra (XI: 991, 7, 8, 1000, 7, 8*, E. G.: 871*, 2*, A: 1, 4, 5); Cosma I. Gheorghe (XI: 991, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8, 1000, 1, 2, 3, 4, 6, 7*, 8, 10, E. G.: 885, A: 3, 4, 6, 8, 9); Mihăilă C. Dumitru (XI: 991, 5, 6, 7, 8, 1000, 7, 8, A: 1, 4, 5, 8); Zarisch A. Ernest (XI: 991, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1000, E. G.: 871*).

Liceul teoretic de fete Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a VIII-a: Mănescu L. Florica (VIII: 1081, 3, 5, 7, 9).

Liceul de băieți din Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a VIII-a: ARDELEAN NICOTIM (VIII: 1091, 4, 6, 7, 8, 9, 100).

Clasa a X-a: MÂRZAN D. EMIL (X: 1061*, 75*, 81, 2*, 4*, 5, 6, 7, 9*, E. G.: 891*, 9*, 900*).

Clasa a XI-a: BĂLĂȘESCU V. AURELIAN (XI: 992, 3, 5, 7, 8, 9, 1000, E. G.: 871*); LUMINEA V. NICOLAE (XI: 994, 7, 8, 1000, E. G.: 871); DOBRE V. NICOLAE (XI: 992, 3, 5, 7, 8, 1000, 5, 6, 7, 8, 10, E. G.: 871*).

Liceul de băieți din Satu-Mare.

Clasa a X-a: SONCODI P. CORIOLAN (X: 1062, 3, 7, 8, 9, 71, 2, 3, 5, 6, 7, 8, E. G.: 871).

Liceul „Gh. Lazăr" din Sibiu.

Clasa a VIII-a: JUSAN I. NICOLAE (VIII: 1085, 6).

Clasa a X-a: CONSTANTIN N. LIVIU (X: 1063, 71, 83, 4, 7, 9); LUPU V. CONSTANTIN (XI: 1062, 3, 71, 81*, 2, 3, 4, 7, 9).

Liceul de băieți din Slatina-Olt.

Clasa a IX-a: COCHINȚOIU ST. ION (IX: 1114, 7*, E. G.: 896).

Clasa a X-a: CONSTANTINESCU I. GHEORGHE (X: 1061, 2, 6, 70, 1, 2, 3, 6, 7, 8, 81, 2, 3, 4, 5, XI: 991, 4, 5, 7, 1001*, 10*, E. G.: 871*, 81*, 5, E. G.: 891, 6, A: 4, 10*); CONSTANTINESCU ST. SILVIU (X: 1063, 6, 8*, 71, 7, 81, 2, 3, 4, 5); FLORESCU D. PAUL (X: 1063, 6, 8, 9, 71, 2, 5, 6, 7, 81, 2, 3, 4, 5, 7, XI: 996*, 7, 1000, 1, 5, 7, 10, E. G.: 871*, 91, 2, 6); MIHNER JULIAN (X: 1063, 5, 8*, 71, 2, 6*, 7, 81, 3, 4, 5, 7, 9, A: 4, 5); RADU I. GHEORGHE (X: 1063, 8*, 71, 7, 81, 2, 3, 4, 5); STROE C. IOAN (X: 1089*, 7, 5, 4, 3, 2, 1, XI: 1001).

Clasa a XI-a: CÂRSTEA I. DUMITRU (XI: 992, 3, 7, 8, 1000, 1, 4*, 8*, 11*, E. G.: 885, 900*, A: 4, 5, 6, 8); NEDEIANU I. GHEORGHE (XI: 997, 8).

Școala Tehnică Agricolă din Streharet, Slatina Olt.

Anul I-iu: IORDAN I. MILEN (VIII: 1096, 7, 8).

Liceul de fete din Târgoviște.

Clasa a VIII-a: COSTĂCHESCU I. CONSTANȚA (VIII: 1096, 7, 8).

Liceul de băieți din Târgoviște.

Clasa a VIII-a: AMZULESCU V. ION (VIII: 1091, 2*, 3*, 4, 6, 7, 8).

Clasa a IX-a: OLTEANU M. GHEORGHE (IX: 1106, 7, 12, 3, 4, 5, 7, 8, 22, 3, 6, 7, X: 1063, 6, 71, 83, 4, XI: 1004).

Clasa a X-a: DOBRESCU A. OVIDIU (X: 1061, 2, 3, 7, 71, 2, 6, 8, 81, 2, 3, 4, 5*, 7*, 9, 92, 3, 4, 6, 7, 8, 1100, E. G.: 900).

Liceul de fete din Târgu-Jiu.

Clasa a X-a: OPRIȘESCU N. RODICA (X: 1061, 2, 3, 7, 8); PÂRVULESCU V. EUGENIA (X: 1061, 2, 4, 9, 78, XI: 992, 4, 5, E. G.: 871, 2, 3*, 9*, 80*, 9*, A: 3, 9, 15).

Şcoala Elementară de băieţi din Târgu-Jiu.

Clasa a VI-a: FILIPESCU ŞT. ALIN (VI: 4, 5, 6, VIII: 368); UNGUREANU I. ION (VI: 4, 5, 6, VII: 367).

Liceul de băieţi din Târgu-Jiu.

Clasa a VIII-a: CORCINSCKI TIBERIU (VIII: 1081, 90); GABROVEANU LIVIU (VIII: 1081, 8, 90); MAZILU E. GELCI (VIII: 1081, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 90).

Clasa a IX-a: DOBRESCU C. NICOLAE (IX: 1101, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 9, 13, X: 1062, 71, 2, XI: 994); DRAGOTĂ NICOLAE (IX: 1001, 2, 3, 4, 5*, 6, 7*, XI: 994, E. G. 871*); FLONDOR I. ION (IX: 1101*, 2, 3, 4, 5, 6, 7, X: 1061, E. G.: 871, A: 1, 4, 5); GUŢILĂ P. ADRIAN (IX: 1109, 13, 5, 7, 8, 9, 20, 2, X: 1061, E. G.: 885); FIRULESCU CONST. (IX: 1113, 7, 8, 9, X: 1061, 71, 2, 5*, E. G.: 885); MĂRTOIU E. LONGIN (IX: 1101*, 2, 3, 4*, 5*, 6, 7*, 9, XI: 994, E. G.: 871); OPROIU I. ADRIAN (X: 1062, 3, 6, 7, 8, 9*, XI: 991, 4, 5, 6, E. G.: 871, 3, 6, 7); PÂRPĂNEAŢĂ C. D-TRU (IX: 1101, 2, 3, 5, 6, 7, 9); POPESCU D. ION (IX: 1113, 4, 5, 7*, 8, 9, 20, 2, 7, 8, X: 1061, 71, 2, 5,* E. G.: 885, 95, 6); PEŞTIŞANU C. ION (IX: 1113, 4, 5, 7, 20, X: 1061, 2, 3, 7, 71, 2, XI: 994); VÂLCEANU P. MIHAI (IX: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7, XI: 994, E. G.: 871).

Clasa a X-a: NEGOMIREANU I. ION (X: 1061, 2, 3, 4, 7, 8, A: 5); PÂRVUŢOIU GR. CONSTANTIN (X: 1062, 3, 8, 71, 2, 7, 81, 2, 3, 4, 5, 6, XI: 992*, 4, 6, A: 1, 2, 4, 5).

Clasa a XI-a: CĂLINOIU N. SERGIU (XI: 992*, 6, 7, 1001, 10, E. G.: 873*, 5, A: 8); CARTIANU GRIGORE (XI: 991, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 1000); COSOROABĂ VALENTIN (XI: 1001, 4, 7, 8, 10); CIUCIUC I. NICOLAE (XI: 991, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8, 1000*, E. G.: 871, 3*, 7*, 8, A: 1, 5); NEGUŢ A. ION (XI: 991, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1000*, E. G.: 878*, A: 1, 2, 4, 5); POPESCU V. ION (XI: 991, 5, 7, 8, 9); PREOŢESCU EF. EMIL (XI: 991, 2*, 6, 8, 1000*); TĂMĂŞESCU D. VIRGIL (XI: 991, 2*, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8, 9, 1000, 1, 4, 7, A: 4, 5); ZĂVOIANU GH. ION (XI: 991, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1000).

Liceul de fete din Târgu-Mureş.

Clasa a XI-a: ANGELESCU ANA MARIA (XI: 1004, 7, 8).

Liceul de băieţi Nr. 1, Târgu-Mureş.

Clasa a X-a: ŢARINĂ N. ENEA (X: 1061, 2, 3, 5, 6, 7, 8, XI: 994, 5, 6, 7, 8, 1000).

Clasa a XI-a: CONSTANTINESCU N. LUCIAN (XI: 997, 9, 1009, 11, 4*, E. G.: 885, 95, 6); PARAGINĂ TEODOR (XI: 1004, 12, 4*).

Şcoala tehnică metalurgică din Târgu-Mureş.

Anul al II-lea: COTA A. ALEXANDRU (X: 1063, 5, 6, 7, 8, 9, 70, 1, 2, 4, 5, 6, IX: 1101, 2, 3, 4*, 5, 6*, 7*, 8*, 10, 1, 20, E. G.: 871*, 2*, 3*, 4*, A: 4).

Particulari, Teleorman-Caravaneți.

Clasa a VIII-a: TÂLMACIU MARIOARA (VIII: 1081*, 2*, 3*, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, 90*, 1, 2*, 3*, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9, 100*, 1, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8*, 9*, 10, 1*, 2*, 5*, 6, 7, 8*, 9*, 20*, IX: 1101*, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 8*, 9*, 10, 2, 3*, 5, 6*, 7*, 8*, 9*, 20*, 1*, 2, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8, 9*, 30*, 1, 2*, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8*, 40*, X: 1061, 2*, 3, 4*, 5*, 6, 7, 8*, 9*, 70*, 1, 2, 3*, 5, 6*, 7*, 8*, 9*, 80*, 1, 2*, 3, 4. 5*, 90, 1, 2, 3, 4,* 6, 7, 8, 100, XI: 991, 2*, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1000, 1, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 3, 6, 7*, 8*, 9, 21, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9, 30, E. G.: 871, 2*, 3*, 6, 8, 9*, 81, 2*, 5*, 6, 9, 91*, 6, 9, 900, 1*, 2, 3, 5, 7, 9*, A: 1, 2, 4*, 5, 8, 9, 11, 2*, 3*, 5, 6, 7*, 8*, 9*, 20*).

Școala elementară. Comuna Tudor Vladimirescu, Teleorman.

Clasa a V-a: DATCU C. FANAIT (VI: 3, 4, 6).

Liceul de fete din Timișoara.

Clasa a VII-a: COȘERIU TR. ALINA (VII: 364, 5*, 6); GHERMĂNESCU M. LUCIA (VII: 370*, 1*, 2*).

Clasa a IX-a: GÂRLEȘTEANU M. ELIZA (IX: 1111*, 2*, 3*, 4, 5, 7*, 8*, 9*, 20, X: 1071, 2, 4*, 5*, XI: 998, 1000, 1, 6, E. G.: 875*, 7*, 8*); GÂRLEȘTEANU M. HORTENSIA (IX: 1101, 3, 4, 22*, 30, X: 1081, E. G.: 896); DOMÁNY EVA (IX: 1101*, 2, 7*); MARGAN T. FELICIA (IX: 1101*, 2, 3, 7*, X: 1061, 6, E. G.: 871, A: 4); MIEȚ N. EUGENIA (IX: 1102, 3, 7); WIENER EVA (IX: 1101*, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 8*, 9, 10, 3, 4*, 8, X: 1075, E. G.: 871*).

Clasa a X-a: TRUFIN E. CECILIA (X: 1061, 2, 3, 5, 8, 70*).

Clasa a XI-a: POD I. LIVIA (XI: 1026, 8); REBEGILA I. MIRIANA (XI: 998, 1000, E. G.: 871*, A: 10); SEBESTYEN P. LIA (XI: 999, 1007, 8).

Liceul de băieți Nr. 1 din Timișoara.

Clasa a VIII-a: BRÂNDEU LIVIU (VIII: 1081, 3, 5, 8, 90, 1, 2*, 3*, 4, 6, 7, 8, 112, E. G.: 871*); JUMANCA C. MIHAI (VIII: 1085, 7, 8).

Clasa a IX-a: ADAM D. C. (IX: 1102, 3, 5, 7, 9, 10*, 2, 3, 4, 5, 7, 8); ATANASIU GH. GHEORGHE (IX: 1102, 3, 5, 7*, 9, 10, X: 1069, E. G.: 871, A: 5); LINCA V. DAN (IX: 1101, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10*, 2, 3, 5, 7, 8*, 22, 7, 8*, X: 1069, 71, 5*, 83, 4, E. G.: 871, 96); POPOVICI I. ZENO (X: 1061, 3, 9, XI: 996).

Clasa a X-a: GEORGEVICI TIBERIU (X: 1061, 3, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, XI: 991).

Clasa a XI-a: BLAGA A. AURELIAN (XI: 991, 2*, 5, 6, 7, 9, 1000).

Liceul clasic mixt din Timișoara.

Clasa a VIII-a: ANTILA L. LIGIA (IX: 1103, 4, 6, 7*, 8, 12, 3); KLEIN E. VILHELMINA (VIII: 1096, 1102, 3).

Clasa a X-a: SZABADOS A. ANDREI (X: 1063, 5, 71, 2, 5, 81, 2, 7).

Liceul mixt din Turnu-Măgurele.

Clasa a X-a: SCHIOPU I. ZOE (X: 1061, 2, 3, 4, 5*, 70).

Liceul de băieţi din Turda.

Clasa a VII-a: PĂSCU E. EUGEN (VII: 364, 5, 6, 7, 9*, VIII: 1083, 92, 3).
Clasa a IX-a: VÂTCA G. VLĂDUŢ (IX: 1101, 2, 3).

Liceul de fete din Turnu-Severin.

Clasa a VIII-a: POPESCU I. MIHAELA (VIII: 1081, 2, 3*, 5, 6*, 7, 8, 9, 90).

Liceul mixt maghiar din Zalău.

Clasa a XI-a: NEMEŞ L. LUCA (XI: 991, 7, 1001*, 4, 6).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Mai 1949

Clasa a VI-a. *Exerc. 13.* La un examen de admitere, 1/15 din candidaţi au fost respinşi la vizita medicală; 2/7 din rest au fost respinşi la teză şi 3/5 din numărul celor respinşi la vizita medicală şi teză au fost respinşi la oral, fiind admişi la institut, 70. Câţi candidaţi s'au prezentat?

E. M.

VI. 14. Să se calculeze expresia

$$\frac{1+\cfrac{2+\cfrac{3}{4}}{5}}{1+\cfrac{5}{2+\cfrac{4}{3}}}.$$

H. D.

VI. 15. Să se găsească numerele A şi B, ştiind că admit pe 40 ca cel mai mare divizor comun şi pe 3600 ca cel mai mic comun multiplu.

E. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 376.* Un părinte împarte celor trei copii ai săi 36 nuci proporţional cu vârstele, dându-le astfel 8, 12 şi 16 nuci. Dacă copiii au la un loc 18 ani să se afle vârstele lor.

E. M.

VII. 377. O persoană se împrumută pe 4 luni cu 12%; după ce s'a reţinut dobânda a primit 48.000 lei. Ce sumă a împrumutat şi care a fost dobânda reţinută?

I. I. S.

VII. 378. Un capital a fost desfăcut în două părţi şi dat la dobândă: prima parte cu 3% pe 5 ani, iar a doua, care este cu 41 lei mai mică a fost depusă tot pe 5 ani, însă cu 2%. Ştiind că dobânda întreagă este de 244,90 lei să se afle capitalul total.

N. M.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1121.* Să se verifice că

$$(ns^2 + psv + ntv + pvw)\,(pnr + p^2u - mnt - mpw)$$
$$+ (pw^2 + nst + ptv + ntw)\,(mns + mpv - npu - n^2r)$$
$$= (p^2v + pns - n^2t - npw)\,(-msw + psu + mtv + nrw + nrs + puw).$$

N. M.

VIII. 1122. Să se arate că avem identitatea

$$(x+y)^4 + (y+z)^4 + (z+x)^4 + 12xyz(x+y+z)$$
$$= (x+y+z)^4 + x^4 + y^4 + z^4.$$

V. C.

VIII. 1123. Să se arate că:

$$\frac{x^8 - x^7 + x^5 - 2x^4 + x^3 - x + 1}{(x^2-1)^2(x^2+1)} = x^2 - x + 1.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1124. Să se arate că:

$$\frac{a(b-c)}{b+c} + \frac{b(c-a)}{c+a} + \frac{c(a-b)}{a+b}$$
$$+ \frac{(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)} = 0.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1125. Să se rezolve ecuația

$$x + 2a = \sqrt{x^2 + 4a\sqrt{x^2 + 5a^2}}.$$

V. C.

VIII. 1126. Să se rezolve ecuația

$$(a-1)(a^2+1)x^2 - 2(a^3+1)x + (a-1)(a+1)^2 = 0.$$

I. I. S.

VIII. 1127. Există vre-un număr complex al cărul patrat să fie egal cu conjugatul lui ?

E. V.

VIII. 1128. Fie ecuația

$$a^2x^2 - (a^3+1)x + a = 0$$

1°. Să se studieze natura rădăcinilor după valorile lui a.

2°. Să se determine a astfel ca între rădăcini să avem:

$$x_1^2 - 8x_2^2 = 7x_1x_2.$$

E. M.

VIII. 1129. Diagonalele AC, BD ale dreptunghiului ABCD se intersectează în punctul O, astfel că unghiul AOB este de 120°. Perpendicularele duse din vârfurile A, B pe diagonalele BD, AC se intersectează în punctul M.

Să se demonstreze că punctul M se găsește pe cercul circumscris dreptunghiului.

Deasemenea, paralelele, duse prin vârfurile A, B la diagonalele BD, AC respectiv, se intersectează în punctul N, care se află tot pe cercul circumscris dreptunghiului.

C. C.

VIII. 1130. Fie C un punct între O și B, mobil pe diametrul AB al cercului (O). Coarda perpendiculară în C pe AB întâlnește cercul (O) în D. Se duce tangenta AT la cercul cu centrul în C și raza CD și se proiectează T în F pe AB. Să se arate că C este mijlocul lui FB.

GH. B.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1141.* Să se rezolve sistemul

$$x^4 + y^4 = 97 \quad , \quad xy = 6.$$

E. V.

IX. 1142. Se dau trei dreptunghiuri D_1, D_2, D_3 astfel încât lungimile lor formează o progresie aritmetică de rație r, iar lățimile lor formează altă progresie aritmetică de rație r.

Fie S_1, S_2, S_3 ariile dreptunghiurilor. Să se arate că:

1. $$S_1 - 2S_2 + S_3 = 2r^2.$$

2. Perimetrele celor 3 dreptunghiuri formează o progresie aritmetică.

3. a, b fiind dimensiunile dreptunghiului D_2, există relația

$$S_1 S_3 = (a^2 - r^2)(b^2 - r^2).$$

C. I. B.

IX. 1143. Fie ABC un triunghiu dreptunghic în A, iar B' și C' două puncte pe laturile AB și AC. Dacă înălțimea din A a triunghiului ABC este mediană în triunghiul AB'C', atunci proprietatea este reciprocă.

N. M.

IX. 1144. Fie E, E_1 extremitățile diametrului perpendicular pe latura BC în cercul circumscris triunghiului ABC. Un cerc care trece prin A și prin E sau E_1 taie pe AB și AC respectiv în D și F. Să se arate că triunghiul DEF sau DE_1F este isoscel.

Gh. B.

IX. 1145. Numerele

$$2(3 - 4\cos^3 x) \quad , \quad 7\cos^2 x \quad , \quad 8\cos^3 x(1 + \cos x)$$

sunt în progresie aritmetică. Să se afle x.

V. C.

IX. 1146. Numerele

$$\frac{\operatorname{cotg}^2 x}{4} \quad , \quad \sin x, \quad \frac{5}{2\cos^2 x} - 3,$$

sunt în progresie geometrică. Să se afle x.

V. C.

IX. 1147. Să se arate că:

$$1-\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{2^2}\sin^2 x-\frac{1}{2^3}\sin^3 x+\ldots=\frac{2}{2+\sin x}.$$

C. I. Ţ.

IX. 1148. Intr'un triunghiu oarecare avem:

$$\frac{\operatorname{tg}A}{\cos B\cos C}=\frac{\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C}{\cos A}\;;\;\frac{\operatorname{tg}A}{\cos B}=\frac{\operatorname{tg}B\cos C}{\cos A}+(\operatorname{tg}A+\operatorname{tg}B)\cos B.$$

C. I. Ţ.

IX. 1149. Să se arate că

$$\sin^2 A+\sin^2 B+2\sin A\sin B\cos(A+B)=\sin^2(A+B).$$

C. I. Ţ.

IX. 1150. Să se elimine θ între ecuaţiile

$$x=a\sin(\theta+\alpha)\quad,\quad y=b\sin(\theta+\beta).$$

V. C.

Clasa a X-a. *Exerc. 1101.* Se dau expresiile

$$E_1=\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x,$$

$$E_2=\cos x+\cos 2x+\cos 3x+\cos 4x.$$

1. Să se simplifice fracţia

$$\frac{E_1}{E_2}.$$

2. Să se rezolve ecuaţiile

$$E_1=0\quad,\quad E_2=0.$$

C. I. B.

X. 1102. Să se arate că dacă $a+b+c=0$ avem relaţia

$$\operatorname{tg}a\operatorname{tg}c-\operatorname{tg}a\operatorname{cotg}b-\operatorname{tg}c\operatorname{cotg}b=1.$$

C. I. Ţ.

X. 1103. Să se arate că într'un triunghiu oarecare avem:

$$\operatorname{tg}^2\frac{A}{2}=\frac{\sin^2 A-(\sin B-\sin C)^2}{(\sin B+\sin C)^2-\sin^2 A}.$$

C. I. Ţ.

X. 1104. Să se arate că avem

$$\operatorname{tg}^2\frac{B-C}{2}=\frac{(\sin B-\sin C)^2-\sin^2(B-C)}{\sin^2(B-C)-(\sin B+\sin C)^2}$$

C. I. Ţ.

X. 1105. Să se rezolve ecuaţiile:

$$3\operatorname{tg}x-2\sin 4x=0\ ;\quad 3\cot x+2\sin 4x=0.$$

E. M.

X. 1106. Dacă într'un triunghiu mediatoarea OA' este egală cu jumătatea laturei BC (unde O este centrul cercului circumscris, A' mijlocul lui BC) atunci $A=45^0$. Reciproca.

I. I. S.

X. 1107. Notaţiile fiind cele relative la un triunghiu, să se reducă la forma cea mai simplă expresiunea

$$\frac{(b^2-c^2)\cos A}{r_a(r_b-r_c)}+\frac{(c^2-a^2)\cos B}{r_b(r_c-r_a)}+\frac{(a^2-b^2)\cos C}{r_c(r_a-r_b)}.$$

V. C.

X. 1108. Se dă o sferă de centru O şi de rază R. Un plan P taie această sferă după cercul (C) şi o împarte în două calote care au polurile respective P şi Q.

Să se determine distanţa dela centrul sferei la planul P, astfel ca aria calotei cu polul Q să fie egală cu aria laterală a conului cu vârful în P şi care are ca bază cercul (C).

G. D. S.

X. 1109. Să se verifice că

$$C_m^n \, C_n^p \, C_p^q \, C_{m-n}^{\alpha} = C_m^{n+\alpha} \, C_{n+\alpha}^{p+\alpha} \, C_{p+\alpha}^{q} \, C_{p-q+\alpha}^{\alpha}.$$

N. M.

X. 1110. Să se arate că avem identitatea

$$(x+y+z)^4 - (x+y-z)^4 - (x-y+z)^4 + (-x+y+z)^4 = 16yz(3x^2+y^2+z^2).$$

V. C.

Clasa a XI-a. *Exerc. 1031.* Să se rezolve sistemul de ecuații

$$a^3x + a^2y + z = a \quad , \quad b^3x + b^2y + z = b \quad , \quad c^3x + c^2y + z = c.$$

V. C.

VI. 1032. Să se determine m așa încât polinomul simetric-omogen de gradul al șaselea:

$$P(x, y) = x^6 + y^6 + axy(x^4 + y^4) + bx^2y^2(x^2 + y^2) + mx^3y^3$$

să se poată descompune în factori de gradul al treilea de aceeași natură.

Să se arate apoi că se ajunge la același rezultat, impunând polinomului dat condiția de a fi divizibil prin $x + y$.

Să se mai arate în sfârșit că pentru valoarea găsită a lui m, polinomul dat este divizibil și prin $(x+y)^2$.

E. V.

XI. 1033. Să se determine m, n, p știind că polinoamele

$$P_1 \equiv x^3 + mx^2 + nx + p \quad ; \quad P_2 \equiv x^3 + 4x^2 - 3x - p$$

au un divizor comun patrat perfect.

E. M.

XI. 1034. Să se determine a și b astfel ca polinomul

$$f(x) = x^p + ax^{p-1} + b$$

să fie divizibil cu $(x-1)^2$. Să se afle câtul.

I. I. S.

XI. 1035. Se dă

$$P(x) = 6(n-1)x^n - 6nx^{n-1} - 2n(n^2+3n-2)x^3$$
$$+3n(n^2+5n-3)x^2 - 6n(n^2+2n-1)x + 2n^3+3n^2-n+6.$$

Să se calculeze valoarea raportului

$$\frac{P(x)}{(x-1)^3}, \quad \text{pentru } x = 1.$$

C. I. Ţ.

XI. 1036. Să se găsească

$$\lim_{x=5} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt[3]{x^2+2}}{\sqrt[3]{3x-7} - \sqrt{2x^2-9x-1}}.$$

G. D. S.

XI. 1037. Să se studieze natura seriei cu termenul general

$$u_n = \frac{C_n^p}{n^q}$$

unde p şi q sunt constante.

Aceeaşi problemă pentru seria cu termenul general

$$u_n = \frac{C_n^p}{n^q} x^n.$$

G. D. S.

XI. 1038. Să se rezolve ecuaţia

$$x^4 - 7x^3 + mx^2 + 7x - 12 = 0$$

ştiind că $2(x_1 + x_2) = x_3$.

I. I. S.

XI. 1039. Să se rezolve ecuaţia:

$$x^4 + 4x^3 + m = 0,$$

ştiind că rădăcinile sale verifică relaţia:

$$3(x_1 + x_2) + x_3 + x_4 = 0,$$

apoi să se determine valoarea lui m.

C. C.

XI. 1040. Să se rezolve ecuaţia

$$x^3 + 4x^2 - 27x + m = 0$$

ştiind că $2x_2 + x_1 + x_3 = 1$.

V. C.

Exerciţii generale. *Exerc. 911.* Se construeşte un trapez dreptunghiu ABCD (AB fiind înălţimea) având diagonalele perpendiculare una pe alta. Fie a, b lungimile bazelor AD, BC. Se prelungeşte latura AB cu segmentul $\overline{BE} = a$. Dreapta DE taie pe BC în F şi pe AC în G.

Să se calculeze: 1°. Lungimea segmentului GF în funcţie de a şi b;

2°. Distanţele punctului I, comun diagonalelor AC, BD, la cele patru vârfuri ale trapezului, în funcţie de a şi b.

O. N. Ţ.

E. G. 912. Se dă un segment de dreaptă AB şi se consideră două puncte M şi N, conjugate armonic în raport cu punctele A şi B. Să se determine raportul MA : MB, astfel ca segmentele AB, MN să fie egale.

Să se găsească o construcţie geometrică pentru construirea a două puncte M şi N, care să îndeplinească datele cerute de problemă.

C. C.

E. G. 913. Fie cercul O de rază R şi punctele M_1, M_2,..., M_n aşezate respectiv la distanţele 2R, 3R,..., $(n + 1)$ R de O. Insemnăm cu T_1, T_2,... T_n punctele de contact ale tangentelor duse din M_1, M_2,..., M_n la cerc.

Să se calculeze suma suprafeţelor patratelor având ca laturi pe M_1T_1, M_2T_2,..., M_nT_n.

H. D.

E. G. 914. In triunghiul ABC fie A_1 mijlocul laturei BC, D contactul cercului înscris, pe această latură şi I_a centrul cercului exînscris relativ la vârful A. Să se arate că dreptele AD şi I_aA_1 sunt paralele.

N. M.

E. G. 915. Să se arate că într'un tetraedru echifacial, patratul înălțimii este de opt ori puterea ortocentrului unei fețe, față de cercul ei circumscris.

C. I. Ț.

E. G. 916. Să se rezolve sistemul

$$\frac{x+y}{1+xy} = -\frac{1}{11}, \quad \frac{x^2+xy+y^2}{1+xy+x^2y^2} = \frac{13}{133}.$$

V. C.

E. *G. 917.* Să se rezolve sistemul

$$x^2+y^2+z^2 = a^2, \quad x+y^2 = y+x^2, \quad y+z^2 = z+y^2$$

I. I. S.

E. G. 918. Dacă notăm

$$n \cdot s = 2(x_1+x_2+\ldots+x_n)$$

$$n \cdot p = 2(a_1+a_2+\ldots+a_n)$$

atunci expresia

$$E = a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_nx_n$$

nu-și schimbă valoarea, dacă înlocuim pe $x_1, x_2, \ldots x_n$ prin $s-x_1, s-x_2, \ldots, s-x_n$ și pe $a_1, a_2, \ldots, a_n$ prin $p-a_1, p-a_2, \ldots, p-a_n$.

M. I. A.

E. G. 919. Să se găsească în baza a, logaritmul numărului 7776, știind că în baza $\frac{a}{2}$, același logaritm corespunde numărului 243.

IOAN ȘT. MUȘAT

E. G. 920. Să se arate că într'un triunghiu oarecare notațiile fiind cele obișnuite, există relația

$$R\,\Sigma\,(a^2-b^2)\cos^2(A-B) =$$

$$-2abc \sin(A-B)\sin(B-C)\sin(C-A).$$

CRISTIAN D. STĂNESCU.

Aritmetică şi teoria numerelor. *Exerc. 21.* Când se divide

$$n + 10^n$$

prin 17?

GH. B.

A. 22. Să se descompună în factori primi, numărul

$$N = 2^{2^4 \times 3} - 1$$

O. N. Ţ.

A. 23. n, p sunt două numere întregi pozitive, astfel ca $n > p > 1$. Dacă numerele $N_1 = 2^{2^n} + 1$ şi $N_2 = 2^{2^p} + 1$ au un divizor comun $d > 1$, acel divizor divide şi pe numărul $N = 2^{2^{n-1}} + 1$. Să se deducă, că numerele N_1 şi N_2 sunt prime între ele.

O. N. Ţ.

A. 24. Dacă numerele A şi r sunt de parităţi diferite (unul par, cellalt impar), cel mai mare divizor comun a două din numerele $A - r$, A, $A + r$ divide şi pe al treilea.

O. N. Ţ.

A. 25. Să se găsească un patrat de trei cifre abc, ştiind că avem relaţia $a + c = b + 4$.

VALERIU PETCU.

ERATĂ

La exerciţiul E. G. 890 partea a doua a egalităţii se va scrie:

$$\frac{1}{2} \operatorname{cotg} \frac{x}{2} \sin n\,x + \cos^2 \frac{nx}{2}.$$

La exerc. XI. 1020 se va înlocui $-\infty$ prin 0.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

INSTRUCȚIUNI

Pentru redactarea și trimiterea soluțiunilor exercițiilor publicate în *Gazeta Matematică Supliment cu exerciții* se vor avea în vedere *Instrucțiunile* publicate în primele două numere.

Abonamentul anual la Suplimentul cu Exerciții este de 360 Lei și se poate trimite pe adresa: Casa „Gazeta Matematică", Calea Griviței 158 București, prin mandat poștal sau cont CEC Nr. 26.2.0.

Elevii claselor IX, X și XI, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității rezolvând și probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca Societății „Gazeta Matematică" au apărut și se găsesc următoarele:

IV. **A. G. Ioachimescu,** *Culegere de Probleme de Mecanică.* Ediția a III-a. Revăzută și adăugită de *Gabriela Țițeica* . . Lei 270

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 90

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 450

XIX. **V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Trigonometrie.* Partea III-a (Trigonometrie sferică) Revăzută și adăogită de G-ralul **Gh.I Liteanu.** Lei 130

XX. **I. I. Chițulescu,** *Culegere de probleme de Geometrie Descriptivă.* Partea I . . . . . Lei 160

XXI. **M. Ghermănescu,** *Trigonometria plană și sferică cu aplicații la Artilerie, Analitică, Mecanică, Topografie, Astronomie, etc.* . . . Lei 450

XXII. **G. Țițeica,** *Culegere de Probleme de analitică.* Ediția II. Partea II adăogită de **N G. Botea** și **C. Ionescu-Bujor** . . . . Lei 230

XXIII. **Gazeta Matematică** 1895—1945 (Decada 5-a Istoric), învățăminte. Volum jubilar (288 pag.) . . Lei 90

XXIV. **A. G. Ioachimescu,** *Mecanică rațională.* Curs predat la Școala Politehnică din București revăzut și adăugit după îndrumările autorului, de *Gabriela Țițeica* și *Al. Stoenescu* . . . . . Lei 1.270

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

I. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile I — VI de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . Lei 300

II. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile VII - IX de Aritmetică și Cartea X a Iraționalelor), tradusă din limba greacă de **V. Marian** Lei 360

III. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile XI—XIII de Geometrie în spațiu; Cartea XIV a lui HYPSICLE și Cartea XV apocrifă), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 180

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE"
(Tipărită din fondul Anghel Saligny)

I. **Ion Ionescu,** *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcțiune și a principiilor de calcul.* (Ediția II-a) . . . . . Lei 90

Biblioteca Matematică „GEORGE ȚIȚEICA"

I. **Ion Ionescu,** *Maxime și minime geometrice* . . . . . Lei 230

Pentru volumele din Colecția și Biblioteca „Gazeta Matematică" de trimis în provincie se va plăti anticipat un plus de 15% din preț pentru taxele de expediție.

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul începe dela 15 Septembrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an. Abonamentul costă . . Lei 800

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALA — C. 14.379

LICEUL „GH. LAZĂR" - SIBIU
Biblioteca Profesorilor
1955

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 7 1 APRILIE 1949

9694

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 7-3803

CONGRESUL INTELECTUALILOR DIN R.P.R. PENTRU APĂRAREA PĂCII ŞI A CULTURII

Societatea *Gazeta Matematică* urmăreşte răspândirea ştiinţelor matematice şi desvoltarea gustului pentru aceste ştiinţe în massele largi ale tineretului nostru şcolar. Ea caută să stimuleze cercetările originale teoretice şi aplicate în massa fiilor poporului muncitor.

De aceea Societatea *Gazeta Matematică* socoteşte că desvoltarea unor aptitudini pentru astfel de cercetări nu este posibilă decât într'un regim de democraţie şi de pace.

Societatea *Gazeta Matematică* găseşte că şi ea are o parte de răspundere pentru viitorul Patriei noastre, faţă de lumea muncitoare din Republica Populară Română şi faţă de istorie.

Pentru aceasta Societatea *Gazeta Matematică* salută Congresul Intelectualilor din Republica Populară Română pentru pace şi cultură, şi aderă la lupta dusă de poporul muncitor împotriva instigatorilor la război, însuşindu-şi întru totul programul Congresului arătat în ordinea de zi publicată de Comitetul de iniţiativă.

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 7 1 APRILIE 1949

ABONAMENTUL LEI 200 PE AN (9 numere)

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa: ING. C. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

AXIOMELE GEOMETRIEI EUCLIDIENE

(Urmare dela pag. 140)

Să precizăm că pot fi luate ca punct, dreaptă, plan, trei obiecte oarecare A, *d*, P, ce satisfac axiomelor luate în considerare. Aceste obiecte sunt de multe ori cele pe care ni le dă intuiţia, dar de foarte multe ori au o înfăţişare cu totul deosebită.

Aceasta, datorită unicei condiţii pusă de HILBERT, satisfacerea axiomelor.

5. **Axiomele de asociaţie,** privesc felul cum se pot lega între ele punctele, dreptele, planele.

Axioma I_1 (adică axioma 1 din grupa I). *Două puncte distincte determină totdeauna o dreaptă.*

Fie A_1, A_2 două puncte deosebite. Conform axiomei, această pereche de puncte este echivalentă cu obiectul geometric *d*, numit dreaptă. Să notăm această echivalenţă astfel:

$$A_1 A_2 = d.$$

Dreapta *d* conţine punctele A_1, A_2.

Axioma I_2 (adică axioma 2 din grupa I). *Două puncte oarecare distincte ale unei drepte determină această dreaptă.*

Axioma afirmă mai întâiu existenţa unei legături între obiectul *d*, dreaptă şi obiectul A, punct, legătură, în prezenţa căreia spunem că A este pe dreapta *d, că este al dreptei d.*

Apoi, axioma admite că fiind dată o dreaptă *d* şi două puncte A_1, A_2 ale dreptei, dreapta este echivalentă cu perechea

$$A_1, A_2, \quad \text{deci} \quad d = A_1 A_2.$$

Să observăm însă că axioma I_2 nu ne spune că o dreaptă are totdeauna cele două puncte care să o determine. Precizarea acestui lucru se va face în axioma I_7.

In fine, axiomele I_1, I_2 se găsesc în cărţile de geometrie contopite în enunţul: prin două puncte trece o dreaptă şi numai una, ceia ce schematic s'ar scrie

$$A_1 A_2 = d \quad \text{şi} \quad d = A_1 A_2.$$

Axioma I_3. Trei puncte nesituate pe o dreaptă determină un plan.

Conform acestei axiome, o grupă de trei puncte A_1, A_2, A_3, astfel încât

$$A_1 A_2 = d_1 \ , \ A_2 A_3 = d_2 \ , \ d_1 \neq d_2,$$

este echivalentă cu un plan. Vom nota prescurtat

$$A_1 A_2 A_3 = P.$$

Planul P conţine punctele A_1, A_2, A_3.

Axioma I_4. Trei puncte oarecare ale unui plan, nesituate pe aceiaşi dreaptă, determină acest plan.

Ca şi axioma I_2 pentru dreaptă, axioma I_4 afirmă existenţa unei legături între obiectul P plan şi obiectul A punct, legătură care existând, spunem că A este al planului P.

Fie A_1, A_2, A_3 trei puncte astfel legate de planul P. P este echivalent cu această grupă de trei puncte. Adică

$$P = A_1 A_2 A_3.$$

Nu putem însă afirma, pe baza celor 4 axiome arătate, dacă un plan are cele trei puncte necesare şi suficiente definirii sale. Trecem peste axiomele I_5, I_6 a căror folosire în manualele de Geometrie este cunoscută.

Axioma I_5. Dacă două puncte ale unei drepte sunt aşezate într'un plan, orice punct al dreptei aparţine planului.

Axioma I_6. Dacă două plane au un punct comun, ele au cel puţin un al doilea punct comun.

Axioma I_7. Pe o dreaptă sunt cel puţin două puncte, în plan sunt cel puţin 3 puncte nesituate pe o dreaptă, iar în spaţiu, cel puţin 4 puncte neaşezate în acelaşi plan.

Această axiomă, pe deoparte întregeşte axiomele I_2, I_4, pe de altă parte, introduce un obiect geometric mai cuprinzător decât planul, care cuprinde şi puncte nesituate în plan şi are cel puţin 4 plane.

6. **Axiomele de distribuţie** [1]. S'a văzut că axioma I_7 a lăsat dreptei posibilitatea de a avea mai mult decât 2 puncte.

Fie o dreaptă *d*, care pe lângă punctele A_1, A_2 care o definesc, mai are un punct A_3. Se introduce noţiunea de *aşezare a unui punct al unei drepte între alte două puncte ale dreptei*, ca o relaţie ce priveşte grupa de trei puncte coliniare A_1, A_2, A_3 şi satisfăcând următoarelor 4 axiome de distribuţie:

Axioma II_1. *Dacă* A_1, A_2, A_3 *sunt trei puncte pe o dreaptă şi dacă* A_2 *este aşezat între* A_1 *şi* A_3, *el este deasemenea între* A_3 *şi* A_1.

Adică, noţiunea de aşezare a unui punct între alte două, nu depinde de ordinea în care se ia punctele extreme A_1, A_3.

Axioma următoare este o axiomă de existenţă, ea afirmă existenţa unui punct al unei drepte între două puncte oarecare, cum şi existenţa unui punct al dreptei distinct de acestea două şi nesituat între ele.

Axioma II_2. *Dacă* A_1, A_2 *sunt două puncte ale unei drepte, există cel puţin un punct* A_3 *al acestei drepte situat între* A_1 *şi* A_2 *şi un punct* A_4 *al dreptei, astfel încât* A_2 *să fie situat între* A_1 *şi* A_4.

Consecinţele acestei axiome sunt interesante. Din ea deducem că între două puncte A_1, A_2 ale dreptei există o infinitate de puncte. Deasemenea dreapta are o infinitate de puncte care nu sunt între A_1, A_2.

Alăturând această axiomă celor precedente, conchidem că planul şi spaţiul au o infinitate de puncte respectiv neaşezate pe o dreaptă şi neconţinute în acelaşi plan.

Mănunchiul primelor 9 axiome ne limpezeşte structura chiar abstractă a celor trei obiecte hilbertiene: punct, dreaptă, plan. Să continuăm conturarea noţiunii de punct aşezat între alte două.

Axioma II_3. *Considerând oricare grupă de 3 puncte ale unei drepte, unul din cele trei puncte este situat între celelalte două şi este singurul din grupa celor 3 situat între celelalte două.*

Axioma II_4. A_1, A_2, A_3, A_4 *fiind 4 puncte oarecare ale unei drepte, ele pot fi distribuite astfel ca* A_2 *să fie cuprins între* A_1 *şi* A_3, *deasemenea între* A_1 *şi* A_4, *iar* A_3 *să fie situat între* A_1 *şi* A_4 *cum şi între* A_2, A_4.

---

1) Erată. La pag. 140, rând 4 se înlocuieşte 6 cu 5.

Axioma a cincea a grupei II se referă la distribuţia punctelor şi dreptelor în plan.

Axioma II_5. *Fie* A_1, A_2, A_3 *trei puncte nesituate în linie dreaptă şi* d *o dreaptă a planului lor, netrecând prin aceste puncte.*

Dacă d *trece printr'un punct al dreptei* $A_1 A_2$, *cuprins între* A_1, A_2, *ea trece totdeauna printr'un punct situat între* A_1, A_3 *sau între* A_2, A_3.

Făcând un popas după cetirea acestor 12 axiome, cetitorul, reflectând asupra lor pe elementele numite de intuiţia sa punct, dreaptă, plan, va constata că îi erau cunoscute şi înainte şi că unele din ele — mai ales axiomele de distribuţie — erau subînţelese curent în cărţile de geometrie, în cursul demonstraţiilor. Mai mult, cetitorul ar putea găsi şi alte proprietăţi subînţelese curent în demonstraţii, care însă se deduc din axiomele precedente. Astfel ar fi proprietatea:

Printr'un punct trece o infinitate de drepte sit acelaşi plan, care se deduce uşor din cele de mai sus.

Vom spune însă că lista celor 12 axiome şi a celorlalte 8 ce vor urma este aplicabilă tuturor obiectelor A, *d*, P ce le satisfac şi care, în multe cazuri, sunt diferite de punctul, dreapta şi planul intuiţiei noastre.

Vom mai spune că *axiomele lui* HILBERT *sunt inlocuibile*, adică una sau mai multe axiome pot fi înlocuite prin alte proprietăţi ce se deduc din aceste axiome. Odată admise aceste nou axiome, primele devin teoreme. Sigur că alegerea altor axiome care să înlocuiască, cu aceiaşi valoare, unele din axiomele sistemului lui HILBERT, adică să le înlocuiască, conducând apoi la Geometria cunoscută din *Elementele lui* EUCLID, trebue să dea un nou lanţ de axiome compatibile, independente şi care să garanteze deducerea tuturor proprietăţilor Geometriei Euclidiene. Deaceea o nouă alegere de axiome în locul axiomelor lui HILBERT, nu este o operaţie uşoară.

Şi acum, să considerăm a treia grupă de axiome. Grupa conţine o singură axiomă, anume:

7. **Axioma paralelelor.** *Fie* A, d_1 *un punct şi o dreaptă ce aparţin unui plan* P. *Se poate duce totdeauna în planul P, prin* A *o dreaptă* d_2 *şi numai una care nu întâlneşte dreapta* d_1. *Dreapta* d_2 *se numeşte paralela dreptei* d_1.

Această axiomă este echivalenta axiomei 5 a *Elementelor lui* EUCLID, numită şi *axioma lui* EUCLID. In adevăr, cele două axiome sunt deductibile una din alta. Prezenţa ei în lanţul de axiome ce arătăm a şi determinat numele geometriei ce le are ca bază şi care este scris în titlul acestor note.

8. **Axiomele de egalitate.** Sunt axiomele pe care se bazează noţiunea de măsură: a segmentelor de dreaptă, a unghiurilor, a ariilor. Primele trei sunt axiomele metrice ale segmentelor de dreaptă. Le înşirăm fără comentarii:

Axioma IV_1. *Dacă* $A_1 A_2$ *este un segment al unei drepte* d, *şi* A_1' *un punct al unei drepte* d', *se poate totdeauna găsi pe* d' *de aceiaşi parte a punctului* A_1' *un punct* A_2' *şi unul singur, astfel încât segmentele* $A_1 A_2$, $A_1' A_2'$ *să fie egale.*

Orice segment este egal cu el însuşi.

Segmentul $A_1 A_2$ *este totdeauna egal cu* $A_2 A_1$.

Axioma IV_2. *Două segmente de dreaptă egale cu un al treilea segment de dreaptă sunt egale între ele.*

Axioma IV_3. *Fie* A_1, A_2, A_3 *trei puncte ale unei drepte d, astfel ca segmentele* A_1A_2, A_2A_3 *să aibă punctul* A_2 *comun şi* A_1', A_2', A_3 *trei puncte ale unei drepte d' astfel încât segmentele* $A_1'A_2'$, $A_2'A_3'$ *au numai punctul* A_2' *comun.* Dacă

$$\overline{A_1A_2} = \overline{A_1'A_2'} \quad \text{şi} \quad \overline{A_2A_3} = \overline{A_2'A_3'},$$

avem totdeauna

$$\overline{A_1A_3} = \overline{A_1'A_3'}.$$

Urmează două axiome metrice ale unghiurilor.

Axioma IV_4. *Fie într'un plan* P *unghiul* xOy *şi într'un plan* P' *o semidreaptă* $O'x'$. *Se poate alege, de aceeaşi parte a dreptei* $O'x'$ *o singură semidreaptă* $O'y'$, *astfel încât*

$$\sphericalangle xOy = \sphericalangle x'O'y'.$$

Orice unghiu este egal cu el însuşi.

$$\sphericalangle xOy = \sphericalangle yOx.$$

Axioma IV_5. *Două unghiuri egale cu un al treilea sunt egale între ele.*

Să observăm că în aceste 5 axiome prin egal nu înţelegem: „prin suprapunere coincid". *Egal înseamnă o relaţie* între două segmente de dreaptă, între două unghiuri şi în axioma următoare,

între două triunghiuri, *care satisface acestor axiome.* In cazul restrâns al punctului, dreptei, planului intuiţiei noastre, deducem că segmentele, unghiurile, triunghiurile egale în sensul precizat, coincid prin suprapunere.

Cum am spus, mai sus, axioma IV_6 este axioma metrică a triunghiurilor. Ii dăm enunţul schematic.

Axioma IV_6. *Dacă în două triunghiuri* $A_1A_2A_3$, $A_1'A_2'A_3'$,

$$\overline{A_1A_2} = \overline{A_1'A_2'} \quad , \quad \overline{A_1A_3} = \overline{A_1'A_3'} \quad \text{şi} \quad \sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_1',$$

atunci şi

$$\sphericalangle B = \sphericalangle B' \quad , \quad \sphericalangle C = \sphericalangle C'.$$

Veţi recunoaşte aici unul din ceeace manualele geometriei numesc cazuri de egalitate ale triunghiurilor oarecare, demonstrat în ele, intuitiv, prin suprapunerea celor două triunghiuri.

HILBERT care vrea să construiască o geometrie în care rolul intuiţiei să fie nul, o geometrie care să folosească numai logica, dă acestui caz de egalitate valoare de axiomă.

9. **Axioma continuităţii.** (Axioma lui ARHIMEDE). *Fie pe o dreaptă două puncte* A, B *şi punctele* $C_1, C_2, C_3 \ldots$ *respectiv între* (A, C_2), (C_1, C_3), $(C_2, C_4) \ldots$ *şi astfel încât*

$$\overline{AC_1} = \overline{C_1C_2} = \overline{C_2C_3} = \ldots$$

Există un punct C_n, *astfel încât* B *este cuprins între* A *şi* C_n.

Cu aceasta încheiem axiomele puse de HILBERT la baza geometriei euclidiene.

Satisfac aceste axiome condiţiilor de compatibilitate şi independenţă? Conduc ele la toate teoremele Elementelor lui EUCLID? Iată prime întrebări ce se pun.

10. **Axiomele lui Hilbert formează un sistem compatibil.** Adică din axiomele precedente se poate construi o geometrie care nu conţine proprietăţi ce se contrazic sau care să contrazică unele axiome ale lanţului. Şi HILBERT a construit-o. Nu ştim însă dacă nu va apare, într'o zi, o teoremă a acestei geometrii, dedusă din şirul de axiome hilbertiene şi care să lovească acest sistem. In acea zi, axiomele lui HILBERT nu vor mai forma un sistem compatibil şi va trebui căutată altă bază Geometriei Euclidiene. Deaceea este necesar să spunem că:

Axiomele lui HILBERT *formează acum un sistem compatibil.*

Mai avem de făcut o observare asupra Geometriei construită de HILBERT cu axiomele de mai sus. Spaţiul acestei geometrii conţinând numai punctele care se construesc din 2 puncte date cu rigla şi compasul este numai o parte a spaţiului euclidian.

Geometria lui EUCLID se poate construi, dacă sistemului de axiome ale lui HILBERT se adaogă axioma

Dacă pe o dreaptă d *există o dublă infinitate de puncte* $A_1, A_2, \ldots A_n \ldots, B_1, B_2, \ldots B_n \ldots$, *astfel încât* B_q *este cuprins între* A_p *şi* B_{q-1} *şi* A_p *între* B_q *şi* A_{p-1}, *oricare ar fi p, q întregi există pe dreaptă cel puţin un punct* C, *cuprins între* A_p *şi* B_q.

11. **Independenţa axiomelor lui** HILBERT. Axiomele lui HILBERT sunt independente pentrucă s'au putut construi geometrii suprimând o axiomă sau o grupă de axiome ale lanţului.

Astfel, suprimându-se axioma paralelelor şi înlocuind-o respectiv cu axiomele:

„Printr'un punct se poate duce unei drepte două paralele";

„Printr'un punct nu se poate duce unei drepte nici-o paralelă", s'au obţinut geometriile lui LOBATCHEVSKI şi RIEMANN.

HILBERT a construit o geometrie în care toate axiomele enunţate sunt valabile, afară de axioma lui ARCHIMEDE, o geometrie nearchimediană.

Natural, în aceste geometrii întâlnim alte proprietăţi decât în geometria euclidiană.

Astfel, în geometria lui LOBATCHEVSKI, suma unghiurilor unui triunghiu este mai mică decât două unghiuri drepte pe când în geometria lui RIEMANN, această sumă este mai mare decât două unghiuri drepte.

Pentru Geometria nearchimediană, aria unui triunghiu este, prin definiţie jumătatea produsului dintre bază şi înălţime.

Interesantă este Geometria plană construită pe lanţul de axiome, din care s'a scos axioma IV_6, axioma metrică a triunghiurilor. In această geometrie, teorema triunghiurilor omologice[1] a lui DESARGUES nu este adevărată. Este o geometrie nearguesiană.

1) Dacă două triunghiuri ABC, A'B'C' ale unui plan sunt astfel încât dreptele AA', BB', CC' sunt concurente, dreptele AB, BC, CA întâlnesc respectiv dreptele A'B', B'C', C'A' în trei puncte colineare.

12. **Incheere.** S'ar părea că prin axiomatizarea lui HILBERT, Geometria euclidiană a devenit un edificiu logic fix şi că astfel, criza produsă de al cincilea postulat al lui EUCLID a trecut.

Dar în 1902, H. POINCARÉ publică un studiu critic al axiomelor lui HILBERT [1], în care arată că opera acestuia este necompletă. In acelaş an, HILBERT publică o nouă notă, în care umple unele din lacunele semnalate.

Partea slabă a castelului axiomatic o formează însă dovedirea necontrazicerii din cuprinsul său.

Am arătat că HILBERT a rezolvat-o construind o geometrie lipsită de contraziceri pe cele 20 de pietre ale sale. Dar geometria sa este o geometrie analitică, adică o geometrie care reduce proprietăţile geometrice la expresii şi egalităţi algebrice.

Deci necontrazicerea geometriei hilbertiene se bazează pe necontrazicerea, în ultimă instanţă a aritmeticii şi necontrazicerea acesteia pe alta, iar dificultatea în loc să fie soluţionată este trecută altui jucător ca o minge, pentrucă demonstraţia generală a necontradicţiei n'a putut fi dată, cum observă GASTON CASANOVA [2].

Incât, efervescenţa geometriei nu a încetat; caracterul ei fluid se menţine.

CONSTANTIN IONESCU-BUJOR.

EXERCIŢII REZOLVATE [3]

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1093. Generalizare*, dată de d-l CLAUDIU C. IONESCU-BUJOR:

Fie O_1 *şi* O_2 *două cercuri secante*; A, *unul din punctele lor comune*; AB_1 *latura exagonului regulat înscris în cercul* O; AB_2 *latura triunghiului echilateral înscris în cercul* O'. *O secantă oarecare dusă prin* A *taie cercurile* O_1 *şi* O_2 *respectiv în* C *şi* D. *Dreptele* CB_1 *şi* DB_2 *sunt perpendiculare.*

Soluţie: Arcul AB_1 din cercul O_1 are 60°, deci unghiul C are 30°. Arcul AB_2 din cercul O_2 are 120°, deci unghiul D are 60°.

1) Les fondements de la Géométrie (Journal des Savants), reprodus în volumul „Dernières Pensées".

2) G. CASANOVA. Mathématiques et matérialisme dialectique.

3) In această rubrică publicăm numai schiţe de soluţii.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1111. Să se arate că*

$$\Sigma\,(1\pm a)^2\,(1\mp b)\,(1\mp c)\,(b-c)+4\,(a-b)\,(b-c)\,(c-a)=0.$$

Semnele se corespund.

C. I. Ţ.

Soluţie dată de d-l VALENTIN C. ISTODOR. Notăm

$$1\mp a=\alpha\ ,\quad 1\mp b=\beta\ ,\quad 1\mp c=\gamma$$

şi relaţia de demonstrat devine

$$\Sigma\frac{(2-\alpha)^2\,\beta\gamma}{(\alpha-\beta)\,(\alpha-\gamma)}=4$$

ceea ce se verifică, în baza identităţilor lui EULER

$$\Sigma\frac{\beta\gamma}{(\alpha-\beta)\,(\alpha-\gamma)}=1\ ,\ \Sigma\frac{\alpha}{(\alpha-\beta)\,(\alpha-\gamma)}=\Sigma\frac{1}{(\alpha-\beta)\,(\alpha-\gamma)}=0.$$

IX. 1112. Dacă $a^2=b^2+c^2$ *atunci expresia*

$$E=2\,(a-b)\,(a-c)$$

este un patrat perfect

G. D. S.

Soluţie. Putem scrie

$$E\equiv 2a^2-2\,(b+c)\,a+2bc=a^2-2\,(b+c)\,a+(b+c)^2$$

$$\therefore\qquad E=(-a+b+c)^2.$$

Generalizare dată de d-l KOSTAKE TELEMAN. Dacă

$$(n-1)\,a_0^2=a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2$$

atunci

$$2\,\Sigma\,(a_0-a_i)\,(a_0-a_j)=[-(n-1)\,a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n]^2$$

i şi j luând perechi de valori diferite, dela 1 la n.

IX. 1114. Să se arate că

$$\frac{1-a}{1+a}+\frac{1-a^2}{1+a^2}+\frac{a^3-1}{a^3+1}=\frac{(1-a)\,(1-a^2)\,(1-a^3)}{(1+a)\,(1+a^2)\,(1+a^3)}.$$

C. I. Ţ.

Soluție. Condiția ca între trei expresii A, B, C să avem relația

$$A + B - C = ABC$$

este $$C = \frac{A + B}{1 + AB}.$$

Luând pentru A și B valorile primelor două fracții din partea întâia a egalității din enunț, avem

$$A + B = \frac{2(1 - a^3)}{(1+a)(1+a^2)}, \quad 1 + AB = \frac{2(1+a^3)}{(1+a)(1+a^2)}$$

deci C este egală cu a treia fracție.

IX. 1118. Se consideră triunghiul ABC *dreptunghic în* A, *și se duce perpendiculara* AD *pe ipotenuză. Fie* E *și* F *proiecțiile punctului* D *pe catetele* AB, AC *respectiv, iar* E' *și* F' *proiecțiile punctelor* E *și* F *pe ipotenuză.*

Să se demonstreze că triunghiul AE' F' *este isoscel.*

C. C.

Soluție dată de d-l FLOREA V. LUMÂNARE. Segmentele AE și DF sunt egale, ca paralele cuprinse între paralele. Proiecțiile lor pe o a treia dreaptă BC vor fi și ele egale: $\overline{DE'} = \overline{DF'}$.

Deci triunghiul AE' F' este isoscel.

Clasa a X-a. *Exerc. 1075. Pe laturile unui triunghiu echilateral de mărime dată se construesc patrate. Se cere să se calculeze latura triunghiului echilateral căpătat prin unirea centrelor celor trei patrate.*

E. M.

Soluția întâia [1]. Fie ABC triunghiul echilateral dat, de latură l și A', B', C' centrele patratelor de pe laturile BC, CA, AB. Unghiul B'AC' are $60^0 + 90^0 = 150^0$ deci $\sphericalangle AB'C' = 15^0$. Atunci, din triunghiul isoscel B' AC'

$$l' = \overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{AB'} \cdot \cos 15^0 = 2 \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$\therefore \qquad l' = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)\, l.$$

---

1) Redactată după soluția d-lui SILVIU TELEMAN.

Soluția a doua. Fie O centrul comun al triunghiurilor ABC, A'B'C'. OA' taie pe BC în I. $\overline{OI}$ și $\overline{IA'}$ sunt apotemele triunghiului echilateral și patratului. Raza cercului circumscris triunghiului A'B'C' este deci

$$R' = \overline{OI} + \overline{IA'} = \frac{l}{2\sqrt{3}} + \frac{l}{2} = \frac{l(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{3}}$$

Latura triunghiului este deci

$$l' = R'\sqrt{3} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)\,l$$

Soluția a treia, dată de d-l KOSTAKE TELEMAN. Fie β și γ vârfurile opuse lui A în patratele de pe laturile AB, AC iar B_1 și C_1 proiecțiile vârfurilor B, C pe $\beta\gamma$. $\overline{B'C'}$ este jumătate din $\beta\gamma$, aceasta este formată din $B_1C_1 = l$ și din dublul lui $B_1\beta$; dar unghiul $B_1B\beta$ cu laturile perpendiculare pe laturile unghiului B, are 60°. Atunci $B_1\beta$ este înălțimea triunghiului echilateral de latură $B\beta = l$. Deci

$$\overline{B'C'} = \frac{1}{2}(\overline{B_1C_1} + 2\overline{B_1\beta}) = \frac{1}{2}(l + l\sqrt{3}).$$

X. 1078. Să se rezolve sistemul de ecuații

$$x(-a+b+c) = y(a-b+c) = z(a+b-c) = \frac{4xyz}{a+b+c}.$$

Dacă se presupune că a, b, c *reprezintă lungimile laturilor unui triunghiu, să se dea o interpretare geometrică soluțiilor acestui sistem.*

C. C.

Soluție[1]. Excludem cazul evident $x = y = z = 0$.

Notăm $a+b+c = 2p$ și sistemul se poate scrie

$$(p-a)\,x = k \quad , \quad (p-b)\,y = k \quad , \quad (p-c)\,z = k \quad , \quad xyz = kp$$

de unde rezultă

$$k = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

deci

$$x = \sqrt{p(p-b)(p-c):(p-a)}, \text{ etc.}$$

---

1) Redactată după soluția d-lui VALENTIN C. ISTODOR.

Sub această formă se observă că pentru semnificația din enunț x, y, z sunt razele cercurilor exînscrise triunghiului.

Ecuația dată exprimă identitatea

$$(p-a)\,r_a = \ldots = \frac{r_a r_b r_c}{p} = \frac{s^2}{pr} = S.$$

X. 1079. Fie A_1, B_1, C_1 *mijloacele laturilor și* S *suprafața unui triunghiu oarecare* ABC, H *intersecția înălțimilor și* A' *piciorul înălțimii din* A. *Să se arate că*

$$\overline{AB_1^2} - \overline{B_1H^2} = \overline{BC^2} - \overline{C_1H^2} = \overline{CA_1^2} - \overline{A_1H^2} = \overline{AH}\cdot\overline{HA'} = \frac{2S}{\operatorname{tg}A\ \operatorname{tg}B\ \operatorname{tg}C}.$$

C. I. Ț.

Soluție. Cercul descris pe AC ca diametru trece prin A'. Puterea ortocentrului H față de acest cerc este [1].

$$\overline{HA}\cdot\overline{HA'} = \overline{AB_1^2} - \overline{B_1H^2}.$$

Pe de altă parte, R fiind raza cercului circumscris

$$\overline{AH} = 2R\cos A\ ,\ \overline{HA'} = 2R\cos B\cos C\ ,\ S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C.$$

Clasa a XI-a. *Exerc. 1007. Să se deriveze funcția*

$$y = \operatorname{arc\,tg}\frac{3x+1}{x^2+x-2} + \operatorname{arc\,tg}\frac{x+1}{2}.$$

N. M.

Soluție. Aplicând regulile cunoscute de derivare, avem

$$y' = -\frac{3x^2+2x+7}{(x^2+1)(x^2+2x+5)} + \frac{2}{x^2+2x+5} = -\frac{1}{1+x^2}.$$

---

1) Puterea unui punct P față de un cerc de centru O și de rază R este

$$\pm(\overline{OP^2} - R^2)$$

după cum P este exterior sau interior cercului.

Deci $y = C - \text{arc tg}\, x$

C fiind o constantă, pe care o determinăm pentru $x = 0$. Avem, $C = \text{mult}\ \pi$. Direct, condiția ca

$$\text{arc tg}\, u + \text{arc tg}\, v + \text{arc tg}\, w = \text{mult}\ \pi$$

este ca

$$u + v + w = uvw \quad \therefore \quad w = \frac{u+v}{uv-1}.$$

Luăm

$$u = x \ , \quad v = \frac{x+1}{2} \quad \text{și aflăm} \quad w = \frac{3x+1}{x^2+x-2}.$$

Exerciții generale. *Exerc. 883. Fie trapezele cu laturile paralele* AB *și* CD; E *și* F *intersecțiile dreptei* AD *cu cercul ce trece prin punctele* B, C, D *și paralela dusă din* C *la* BE. *Să se arate că* BC *este medie geometrică între* AD *și* EF.

C. I. Ț.

Soluție. Paralela din B la AD taie pe DC în G și pe FC în H. Urmărim, pe o figură, egalitățile de unghiuri [1]

$$BCD = BED = CHB,$$

$$BCH = \text{supl. } CBE = \text{supl. } CDE = ADC = BGC.$$

Triunghiurile BCG, BCH sunt asemenea. Din proporționalitatea laturilor, rezultă că $\overline{BC}$ este medie geometrică între $\overline{BG} = \overline{AD}$ și $\overline{BH} = \overline{EF}$.

E. G. 884. Fie H *ortocentrul unui tetraedru ortocentric* ABCD, M *un punct oarecare în spațiu, iar* A', B', C', D' *punctele în care perpendicularele duse din* H *pe drepte e* AM, BM, CM, DM, *se intersectează cu planele* BCD, ACD, ABD, ABC.

Să se arate că punctele A', B', C', D' *sunt așezate pe același plan, perpendicular pe dreapta* HM.

C. C.

Soluție dată de d-l Gh. R. Ianculescu. Fie $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ picioarele înălțimile tetraedrului; *a, b, c, d* punctele în care se întâlnesc dreptele AM, HA', ...; punctele *a, b, c, d* sunt situate pe sfera

---

1) Pe figură, se poate întâmpla ca unele unghiuri să fie înlocuite prin suplimentarele lor, dar egalitățile pot fi urmărite, în aceeași ordine.

(HM) de diametru HM. Punctele A, α, A', a sunt situate pe sfera de diametru AA'; puterea ortocentrului H, faţă de această sferă este

$$\overline{Ha}\,.\,\overline{HA'} = \overline{HA}\,.\,\overline{H\alpha}\,.$$

Dar tetraedrul este ortocentric, deci $HA\,.\,H\alpha$ este egală cu expresiile analoage. Atunci şi

$$\overline{Ha}\,.\,\overline{HA'} = \overline{Hb}\,.\,\overline{HB'} = \overline{Hc}\,.\,\overline{HC'} = \overline{Hd}\,.\,\overline{HD'}\,.$$

Rezultă că punctele A', B', C', D' sunt inversele punctelor a, b, c, d faţă de polul H. A', B', C', D' sunt situate pe inversa sferei (HM), care este un plan perpendicular pe dreapta HM.

E. G. 889. Intr'un triunghiu ABC *se notează cu*

$$AH_a = h_a\ ,\quad BH_b = h_b\ ,\quad CH_c = h_c$$

cele trei înălţimi şi cu H *ortocentrul. Să se arate că*

1°. $$b^2\,\overline{H_aH_b} + c^2\,\overline{H_cH_a} = abc,$$

2°. $$\frac{a}{h_a} + \frac{b}{h_b} + \frac{c}{h_c} = 2\left(\frac{\overline{AH}}{a} + \frac{\overline{BH}}{b} + \frac{\overline{CH}}{c}\right).$$

I. I. S.

Soluţie. Patrulaterul BCH_bH_c este inscriptibil, deci $\sphericalangle AH_bH_c$ este egal cu $\sphericalangle ABC$. Triunghiurile ABC, AH_bH_c sunt asemenea în raportul

$$\overline{AH_c} : \overline{AC} = \cos A\ ;\quad \text{deci}\quad \overline{H_bH} = a\cos A.$$

Celelalte laturi ale triunghiului ortic au expresii analoage şi relaţia 1° se reduce la

$$b\cos C + c\cos B = a.$$

Din asemănarea triunghiurilor AHH_b, BH_bC, deducem

$$\frac{\overline{AH}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AH_b}}{\overline{BH_b}} = \operatorname{cotg} A$$

şi relaţia a doua este echivalentă cu

$$\operatorname{cotg}A + \operatorname{cotg}B + \operatorname{cotg}C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$$

care se verifică simplu, deoarece

$$\operatorname{cotg} A = \frac{2bc\cos A}{2bc\sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}\,.$$

Aritmetică şi teoria numerelor. *Exerc. 3* [1]. *Să se demonstreze că numerele*

$$6400\underbrace{\ldots 00}_{n-1}\ 4800\underbrace{\ldots 009}_{n}$$

$$900\underbrace{\ldots 00}_{n}\ 4800\underbrace{\ldots 0064}_{n}$$

sunt patrate perfecte.

GH. B.

Soluţie. Numerele din enunţ se scriu respectiv:

$$64 \times 10^{2(n+1)} + 2\times 3\times 8\times 10^{n+1} + 9 = (8\times 10^{n+1}+3)^2$$

$$9 \times 10^{2(n+2)} + 2\times 3\times 8\times 10^{n+2} + 64 = (3\times 10^{n+2}+8)^2.$$

Până la 5 Martie 1949, am primit soluţii bune la exerciţiile propuse în numerele 3, 4, 5 şi 6, vol. XV, dela [2]:

Liceul teoretic mixt, Alexandria.

Clasa a X-a: LĂZĂRESCU P. ILIE (X: 1085, 9).

Liceul teoretic de băieţi, Arad.

Clasa a XI-a: PERNEVAN I. STELIAN (XI: 1015*, 22, 9, A: 15).

Şcoala tehnică industrială metalurgică, Arad.

Clasa a VIII-a: WEISS V. LADISLAU (VIII: 1101, 2, 3).

Liceul mixt, Baia de Arieş-Turda.

Clasa a VII-a: LOGA V. VASILE (VII: 372, 6).
Clasa a IX-a: ANCĂŞ N. AURELIA (IX: 1132, 3, 4, 5).

Liceul mixt, Beiuş.

Clasa a VIII-a: COPIL C. CONSTANTIN (VIII: 1112, 25); GABOR I. NICOLAE (VIII: 1102, 3, 7, 8); KISS M. MIHAI (VIII: 1102, 3, 7, 8, 9).
Clasa a X-a: FÂNTÂNARU N. NICOLAE (X: 1091*, 8, 100, E. G.: 909*); HERLO I. IOAN (X: 1110, E. G.: 909, 17).

---

1) In enunţul de la pag. 32 s'au strecurat erori de transcriere, punându-se la mijloc 2424 în loc de 48.

2) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu foarte bine rezolvat şi foarte îngrijit redactat.

Liceul „Orfelinat", Bistrița-Vâlcea.

Clasa a VI-a: Dumitrescu I. Constantin (VI: 14, VII: 376); Fulga Dumitru (VI: 14, VII: 376); Gologan O. Paraschiv (VI: 10, 4); Popescu Gr. Elena (VI: 14, VII: 376).

Clasa a VIII-a: Enăchescu A. Adina (VIII: 1100, 22).

Liceul mixt, Blaj.

Clasa a XI-a: Mărginean A. Gheorghe (XI: 1029).

Liceul de fete, Brăila.

Clasa a VIII-a: Condruț I. Maria (VIII: 1102, 19, 21, 4, 9, 30, 9).

Liceul teoretic de băieți, Brăila.

Clasa a VIII-a: Decu D. Ionel: (VIII: 1102, 22).

Clasa a XI-a: Bobi O. Constantin (XI: 1015*, 31, 5*, 7*, 8, 9, 40, A: 17, 8); Buzdugan V. Virgil (XI: 1014*, 23, 31, 2, 3, 4, 5*, 6, 9, 40, E. G.: 899, 903*, 5, 6, 17, 9); Moroianu D. Aurel (XI: 1023, 5, 33, 4, 5*, 6, 9, 40, E. G.: 899, 901*, 3*, 13*, 6, 7, 8*, A: 12, 7, 8).

Liceul teoretic de fete Nr. 1, București.

Clasa a VI-a: Haliski C. Anca (VI: 7).

Clasa a VII-a: Mehedincu Sanda (VII: 370, 1*, 2).

Clasa a VIII-a: Năstase C. Adriana (VIII: 1122, 3*, 4, 5, 6*, 8, 9, IX: 1121, 2, 7, 31, 41*, 2, E. G.: 891, A: 23).

Clasa a IX-a: Bădescu I. Aurelia (IX: 1121*, 31, 2, 3, 4, 5*, 7*, 41, 2).

Clasa a X-a: Cristescu I. Smaranda (X: 1081, 3, 4*, 7*, 8*, 9, E. G.: 896); Kreindler O. Elena (X: 1083, 4*, 6, 7*, 8*).

Liceul teoretic de fete Nr. 2, București.

Clasa a XI-a: Oprescu Georgeta: (XI: 1030*, 9, 40, E. G.: 907).

Liceul teoretic de fete Nr. 3, București.

Clasa a VIII-a: Georgescu M. Maria (VIII: 1102, 7, 8).

Liceul teoretic de fete Nr. 5, București.

Clasa a VII-a: Costin Al. Gabriela (VII: 367, 70, 1*, 2).

Liceul teoretic de fete Nr. 6, București.

Clasa a IX-a: Buradescu T. Gabriela (IX: 1122, 6, 7, 8).

Liceul teoretic de fete Nr. 8, București.

Clasa a XI-a: Petrescu G. Lucreția (XI: 1015*, 21*, 30; 1, 49, E. G.: 907, A: 17).

Liceul teoretic de fete Nr. 9, București

Clasa a VIII-a: Buzenchi C. Josette (VIII: 1101, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 10, 3*).

Clasa a XI-a: Oniță D. Georgeta (XI: 1013*, 4, 5*, 21*, 3, 6, 7, 39, 40, E. G.: 917).

Liceul teoretic de fete Nr. 10, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Negoiţă Margareta (VIII: 1101, 2, 3, 17, 9, 22).
Clasa a X-a: Botez Sanda (X: 1081, 2, 3, 4*, 93*, E. G.: 896).

Liceul teoretic de fete Nr. 12, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Latter A. Gherda (VIII: 1104*, 5*, 6*, 7, 8, 9, 10, 15, 7, 9, 23); Pomponiu I. Anca (VIII: 1123*, 31, 4, 40, X: 1100*, 17, E. G.: 921); Protopopescu E. Marieta (VIII: 1102, 3, 4, 8, 23, 5, 9).
Clasa a XI-a: Budescu Al. Mirela (XI: 1033, 4, 9, 40, 4); Nicolescu Lili (XI: 1032, 4*, 7*, 9, 40).

Liceul teoretic de fete Nr. 13, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Nicolescu A. Ileana (VIII: 1132*, 3, 5, 8*, 9).

Şcoala elementară de fete, Băneasa-Bucureşti.

Clasa a V-a: Albeanu N. Cornelia (VI: 10); Constantinescu O. Mariana (VI: 10*, 2); Diaconescu E. Silvia (VI: 10).
Clasa a VI-a: Crăciun I. Maria (VII: 376); Dumitru G. Florica (VII: 376); Olaru V. Gabriela (VI: 12, VII: 374*, 6); Vencu T. Elena (VII: 376); Vinterlic I. Ana (VII: 376).
Clasa a VII-a: Dobrică M. Melania (VII: 375, 6); Rogozeanu T. Elena (VII: 375).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 1, Bucureşti.

Clasa a X-a: Ianculescu R. Gh. (E. G.: 910*); Manta D. Apostol (X: 1081, 2, 3, 4*, 5, 7, 8*, 9, XI: 1013, E. G.: 891, 6*, 7, A: 13); Stănescu D. Constantin (X: 1081, 2, 5, 6, 7*, 8*, 9, 90* E. G.: 900, A: 11, 4*, 5).
Clasa a XI-a: Topa I. Nicolae (XI: 1011*, 2*, 3*, 4*, 6*, 7*, 8*, 9*, 20*, E. G.: 891, 2, 5*, 6* 7, 8*, 9* A: 14*)

Liceul teoretic de băieţi Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Bedrosian C. Bedros (VIII: 1121*, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8*, 9*, X: 1089, E. G.: 891, 2, 5*, 6*, A: 12, 13); Bergher E. Eugen (VIII: 1102, 3, 7, 8, 11, 5, 7, 8, 9); Constantinescu Eustaţiu (VIII: 1102, 3, 7, 22, 5); Dudcowsky I. Petre (VIII: 1117, 8); Frăsin C. Radu (VIII: 1104*, 5*, 13*, 21, 2, 3, 9, 38*, E. G.: 921*); Iancu M. Leon (VIII: 1104*, 5*, 6*, 18, 9, IX: 1121*, 2, 3, 4, 6*, 7, 8*, 9*, 31, 2, 3, 4, X: 1089, 100, E. G.: 891, 2, 5, 6, 907; A: 11, 2, 3); Iliescu Alexandru (VIII: 1101, 2, 3, 4, 8, 9, 10, E. G.: 896); Iosub Mundi (VIII: 1117); Juster M. Dan (VIII: 1101, 2*, 3*, 4, 7, 8, 10, 1, 2, 5, 7, 9, IX: 1121*, 2, 3, 5*. 6*, 7, 8*, 9*, 31*, 5, X: 1089, E. G.: 892, 5*, 902*, A: 12, 3); Lumânare V. Florea (VIII: 1101, 2, 5*, 10, 5, 25, 7, 32*, 7, IX: 1126*, 7*, 41, 57, E. G.: 891, 5, 6, A: 13); Petre St. Nicolae (VIII: 1101, 2, 3*, 7, 8, 9, 11*, 7, E. G.: 896); Nussem Dan (VIII: 1102, 8, 10); Piram S. Mauriciu (VIII: 1101, 9, 10, 1, 2, 3*, 7, 8, 9, 20, E. G.: 891, 5*, 6, A: 12, 3); Roitman N. Ily (VIII: 1112, 8, 21, 2, 3, 4, 5, 6*, 8*, IX: 1121*, 2, 3, 5*, 6, 7, 8*, 9*, 31, 41, 2, X: 1089, 100, E. G.: 891, 2, 5*, 907, A: 11, 2, 3); Zaidman D. Sami (VIII: 1101, 2, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 10, 1*, 2, 3*, 4*, 5, 7, 8, 9, 20, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, 30*, IX: 1121*, 2, 3, 6, 7, 8*, 9*, 31, 2, 3, 4, 5, 8, 9, X: 1089, 100, XI: 1032, 9, 40, 1 ,2, E. G.: 891, 2, 5*, 902, 5, 7, A: 12, 3, 6).
Clasa a X-a: Grama N. Nicolae (X: 1081, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9, E. G.: 891, 3*, 5*, 6, 9*, 900*, A: 11, 2, 4*); Leibovici A. Armand (X: 1094, 101*, 3, 4, 5).
Clasa a XI-a: Georgian N. Nicolae (XI: 1011*, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8*, 9, 20, 1*, 3, 4, 6, 7, 9); Lenz N. Friedrich (XI: 1014, 20, 8, 9, 31, 6, 9, 40, 3, 4, E. G.: 891, 6, 7, 9*); Moraru E. Valeriu (XI: 1011*, 4, E. G.: 891, 6, 900*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 3, București.

Clasa a VIII-a: Beldie N. Ion (VIII: 1102, 3, 23, 4, 31, A: 30); Chiotan C. Emil (VIII: 1101, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 10); Daneș Florin (VIII: 1103, 7, 8, 9, 11, 2, 5, 7, 9, 23, 5, 6*, IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 41, 2, E. G.: 891, 6, A: 13); Ionescu-Bujor C. Claudiu (VIII: 1101, 4*, 5*, 6*, IX: 1122, 3, 5, 7, 9*, 30*, X: 1081, 2, 9, 90* XI: 1011*, E. G.: 891, 2, 5*, 6, 900, A: 11, 2, 3, 4*, 5); Nicolescu C. Mircea (VIII: 1123*, 5, E. G.: 896*); Oancea Nicolae (VIII: 1102, 3); Pal V. Liviu (VIII: 1117, 8, 21*, 2, 3, 4, 31, 2, 5, IX: 1059, X: 1100, A: 30); Popa C. Dan (VIII: 1101, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 8, 22, 3, 4, 5); Popescu V. Dan (VIII: 1102, 3, 7, 12, 8, 23, 4, X: 1100); Popovici E. Mirel (IX: 1121, 2, 3, 5, 6*, 7, 8*, X: 1087*, 8*, E. G.: 895*, A: 11); Vendel A. Eugen (VIII: 1101, 3, 17, 21, 2, 3, 4, 5*, X: 1100, 10).

Clasa a IX-a: Istodor C. Valentin (IX: 1121, 2, 4, 5, 6*, 7, X: 1081, 2, 3, 4, 5, 7*, 8*, XI: 1011*, E. G.: 891, 5*, 6, 7, 8, 9*, 900*, A: 11, 2, 4*, 5); Tomescu Gh. Mircea (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 7, X: 1081, 2, 3, 5, 100, E. G.: 891, 6*, 900*, A: 12, 4, 5).

Liceul teoretic de băieți Nr. 4, București.

Clasa a VIII-a: Dobrescu M. Șerban (VIII: 1101, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8).

Clasa a X-a: Bunescu T. Vasile (X: 1093, 4, 9, 101, 2); Pop M. Ion (X: 1099, 102, 3, 4, 5, 6, 9, XI: 1011, E. G.: 890, 1, 2, 5); Popescu M. Constantin (X: 1094, 8); Popescu C. Nicolae (X: 1081, 2, 3, 4*, 5, 7, 8*, 9, E. G.: 891, 6).

Clasa a XI-a: Apostolescu I. Vlastar (XI: 1015, 6*, 7*, 8*, 9*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 5, București.

Clasa a VI-a: Cuculescu V. Ion (VI: 8, 9, VII: 370, 1*, 2, VIII: 1101, 2*, 3*, 7, 8, 9, 10, IX: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30, X: 1081, 2, 5, 6, 9, XI: 1018, E. G.: 891, 6).

Clasa a VIII-a: Mihailescu C. N. (VIII: 1101, 2, 3, 9, 11, 2, 3*, 4*, 7, 9, IX: 1132, 3, 4, X: 1089, 100, A: 11).

Clasa a IX-a: Popescu V. Dan (IX: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*, 30, E. G.: 891, 2, 6, A: 11, 3).

Clasa a X-a: Căpățână N. Vasile (X: 1086, 7*, 8*, 9, E. G.: 892, 5*, 8*, 9*, 900*, A: 14*); Lovin C. Martinian (X: 1081, 2, 3, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, XI: 1011*, 2*, 3*, E. G.: 890*, 1, 5, 6, 7, 8, 9*, 900*, A: 11, 2, 3, 4*, 5); Neacșu Gr. Ion (X: 1081, 2, 3, 4*, 5, 7, 8*, 9, XI: 1011, 2, 3, E. G.: 890, 1, 2, 6, 7, 8, 9, 900, A: 11, 3, 4*, 5); Simionescu I. Ștefan (XI: 1021, 6, 31, 9, 40); Spinzi S. Maximilian, (X: 1085, 6, 7*, 8*, 9, E. G.: 892, 8*, 900*); Tudor G. Vasile (X: 1081, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, 92, 3, 4, 6, 7, 100, E. G.: 892, 900).

Liceul teoretic de băieți Nr. 6, București.

Clasa a XI-a: Anghel D. Victor (XI: 1011*, 3*, 7*, 8, 9, 21, 2, 3, 6, 7, 30, 1, 6, E. G.: 907).

Liceul teoretic de băieți Nr. 7, București.

Clasa a VII-a: Monciunschi B. Petre (VIII: 1108, 9, IX: 1130, X: 1081, E. G.: 896, A: 11); Popescu M. Călin (VII: 376, 7, VIII: 1129, 30, 43, X: 1106); Popovici P. Mihail (VII: 370; VIII: 1102, 3, 4*, 7, 8, 9, 10, X: 1087, 8, E. G.: 891); Sandu I. Dorin (VII: 372, 4*, 6, 7, 80, VIII: 1119, 40, X: 1117, E. G.: 891).

Clasa a VIII-a: Constantinescu I. Ovidiu (VIII: 1101, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9, IX: 1114, E. G.: 896); Codreanu I. Radu (VIII: 1101, 2, 3, 4*, 5*, 7, 9); Dumitrescu V. Șerban (VIII: 1105*, 6*, 7*, 8, 10, 1, 2, 7, 8, 9, X: 1100, 2, 5*, 6*, 8, 9, 10, 1, 8, 9*, X: 1089); Lazarovici C. Cristian (VIII: 1102, 3*, 5*,

6*, 8, 9, 10, 4*, 9*, 20, IX: 1132, 3, 4, 5, 8, 9, E. G.: 891, 2, 6, A: 29, 30); MICULESCU CAIUS (VIII: 1101, 2, 3, 4*, 7, 8, 9, 10, X: 1089); OANCEA V. GABRIEL (VIII: 1119, 22, 3, 4, 5, 7, IX: 1122, 4, 5, 6, 7, 34, 5, 9, 41, 2, E. G.: 891, 2, 6, 907, A: 29, 30); ŞERBĂNESCU N. ALEXANDRU (VIII: 1102, 3*, 5*, 10, 1, 5, 7, 8, 24, 37); ŞERBĂNESCU ŞT. DINU (VIII: 1101, 8, 12, 3*, 6, 9, IX: 1132, 3, 4, 5, 9, 41, E. G.: 891, 2, 6, 907).

Clasa a X-a: DELEANU I. ARISTIDE (X: 1087*, 8*, 9, 90*, XI: 1011*, 2*, 3*, E. G.: 892, 9*, 900*); DRAGOMIR I. DAN (X: 1081, 2, 3, 4, 5, 7*, 8*, 9, 90, XI: E. G.: 897, 8, 9, 900, A: 12); ŞERBĂNESCU N. GHEORGHE (X: 1106, XI: 1040, E. G.: 892, 5*, 7, 8, 900); ZĂNESCU A. LIVIU (X: 1101*, 2, 3, 4, 7*, 13, 4, 7, 8).

Clasa a XI-a: DUMITRESCU V. DAN (XI: 1016*, A: 30); POMPONIU GH. GHEORGHE (XI: 1011*, 3, 6*, 7, 8*, 9*).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a XI-a: CORCIOVEI I. ARETIN (XI: 1016*, 7*, 8*, 9*, 20*, 5, 31, 2).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 9, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: NISTOR I. DORIN (VIII: 1102, 3, 7, 8, 11, 2, 5, 7, 9, X: 1100, E. G.: 896).

Clasa a X-a: BRĂTĂŞANU C. PAUL (X: 1081, 2, 3, 5, 7, 9).

Clasa a XI-a: STĂNESCU D. CRISTIAN (XI: 1012*, 5*, 6*, 8*, 9*, 20*, E. G.: 891, 8*, A: 14); VASILIU M. MIRCEA (XI: 1011, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, E. G.: 891, 2, 5, 6, 7, 9*, 900, A: 11, 2, 5).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 10, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: POPOVICI ŞT. DINU (VIII: 1101, 3*, 7, 8, 9, 10, 21, 6).

Clasa a XI-a: ALBINESCU V. CONSTANTIN (XI: 1011*, 3*, 6*, 7*, 8*, 9*, 20, 6, E. G.: 896, 900); CHIRCULESCU C. NICOLAE (XI: 1011*, 3, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, E. G.: 891, 6, 7, 8*, 9*, 900*, A: 13); MUŞAT ŞT. IOAN (XI: 1011*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, E. G.: 891, 5, 7, 8*, 9*, 900*, A: 11, 2, 3); NICOLAU D. CRISTIAN (XI: 1011*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6, 7*, 8*, E. G.: 891, 6, 7, 8*, 9*, 900*, A: 11, 2, 3); ŢEŢU C. GEORGE (XI: 1011*, 5*, 7*, E. G.: 896).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 13, Bucureşti.

Clasa a X-a: GHEORGHE Z. DUMITRU (X: 1102, 3, 4, 5, 6, 7*, 10, E. G.: 912*, 3, 7, 9).

Şcoala Pedagogică de băieţi Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: ILIESCU M. APRILIAN (VIII: 1101, 3, 7, 12, 3*, 4*, 21, 2); DINCĂ I. FLOREA (VIII: 1101, 3, 7, 14, 22).

Liceul clasic mixt, Bucureşti.

Clasa a VII-a: GUGUI NICOLAE (VII: 376, 7).

Şcoala tehnică pentru Industria Lemnului, Bucureşti.

Clasa a X-a: ŢURCANU D. CONSTANTIN (X: 1091, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, 9*, 100, XI: 1021, 3, 6, E. G.: 901, 2, 3*, 6, 7, A: 11).

Şcoala elementară de băieţi Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a VII-a: IONESCU BUJOR C. ODIN (VII: 370, VIII: 1102, 3*, 7, 8).

Şcoala elementară de băieţi Nr. 42, Bucureşti.

Clasa a VII-a: CĂLIN C. CONSTANTIN (VII: 376); ISPASIU N. GHEORGHE (VII: 375); PÂRVAN V. NISTOR (VII: 375); STANCU GHEORGHE (VIII: 1102); TRIFU LUDOVIC (VII: 375, VIII: 1107); ZANCĂ M. FLOAREA (VII: 370, 1*, 2).

Particulari, Bucureşti.

Clasa a VII-a: CIULACU I. PARASCHIV (VIII: 1108, IX: 1122, 3, 7, 8, 9).
Clasa a VIII-a: TELEMAN A. KOSTAKE (VIII: 1105*, 6*, 7, IX: 1122, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 30*, X: 1085, 6, 9, 90*, XI: 1011*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 20*, E. G.: 893*, 4*, 8*, 9*, A: 11, 2, 3, 4*, 5).
Clasa a X-a: TELEMAN A. SILVIU (X: 1090*, 1*, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9* 100, XI: 1021*, 2*, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*, 30*, E. G.: 893*, 901*, 2, 3*, 4*, 5, 9*, A: 11, 7).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 1, Buzău.

Clasa a VIII-a: ULM I. PĂUNEL (VIII: 1123, 9).
Clasa a IX-a: DUMITRESCU D. ION (IX: 1130, X: 1081, 2, 9, XI: 1017); GURIŢĂ C. VASILE (IX: 1122, 35, 6, 41, 2, 5, 6, 7, X: 1085, A: 11).
Clasa a X-a: AVRAM N. GH. (X: 1081, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 92, 3, 6, 8, 9, 100, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, XI: 1011, 3, 23, 6, 7, 30, 1, 6, E. G.: 896, 9, 900, 7, 16); CRĂCIUN I. ION (X: 1081, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 96, X: 1100, XI: 1027, E. G.: 896); MERIU C. GHEORGHE (E. G.: 891, 7, 9*, 900*); STOIAN N. DIMITRIE (X: 1085, 95, 6, 101, XI: 1013, 27, E. G.: 896, 900).
Clasa a XI-a: BUNEA C. IOAN (XI: 1021, 3, 6, 9, 30, E. G.: 891, 5, 6); ZAMFIRESCU I. VASILE (XI: 1011, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 20, E. G.: 891, 2, 5, 7, 9, 900, A: 11, 3).

Liceul de băieţi din Călăraşi, Ialomiţa.

Clasa a IX-a: MOISE CONSTANTIN (IX: 1111).
Clasa a X-a: GOICEA I. IOAN (X: 1102, 3*, 4, 7, 10*, E. G.: 896, 917); POPESCU I. GHEORGHE (X: 1083, 91, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 100, E. G.: 895, 900, A: 15); RĂDULESCU ATANASE (X: 1082, 97, 100, E. G.: 896).
Clasa a XI-a: IONESCU N. NAPOLEON (XI: 1012, 3, 4, A: 11, 4, 5*).

Liceul mixt, Câmpina.

Clasa a X-a: CONSTANTINESCU DAN (X: 1082*, 3, 4, 5, 7, 8, 9, E. G.: 896); NICULESCU P. NICULAE (X: 1081, 2*, 3*, 4, 5, 7, 8, A: 13).

Liceul de fete, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VI-a: POPESCU M. SANDA (VI: 7, VII: 371).

Liceul tehnic mecanic. Caracal.

Clasa a IX-a: DUMITRU I. ION (IX: 1123*, 8, 41*).

Liceul „Ioniţă Assan", Caracal.

Clasa a VIII-a: NICULESCU D. NICOLAE (VIII: 1102, 3, 7*, 9); TUDORAN F. CIPRIAN (VIII: 1101, 2*, 3*, 7, 8, 9, 10*, 7); VASILESCU M. CONSTANTIN (VIII: 1102, 3).
Clasa a IX-a: BĂLĂNESCU DUMITRU (IX: 1122, 6, 7, 32, 3*, 4, 5*, 7*, X: 1100*); IONESCU R. PETRE (IX: 1135, 7, 41, 2).

Liceul mixt, Caransebeș.

Clasa a VI-a: Tolocică Stela (VI: 8, 9*, VII: 370, 2, VIII: 1117).
Clasa a VIII-a: Călugăru Igor (VIII: 1102, 3, 7, 8); Damian Viorel (VIII: 1102, 7, 9*); Grecea Daniel (VIII: 1103, 7, 8); Horescu I. Atanasie (VIII: 1102, 3, 7, 8, 9, 12, 9*, 29, 38*, A: 29); Neagoie Dumitru (VIII: 1102, 3, 7, 9, 10*, 1, 2, 5*, 7); Tătucu Nicolae (VIII: 1102, 3, 7).
Clasa a XI-a: Cernușeu Leonida (XI: 1011*, 5*, 31*, 40*).

Liceul de fete Nr. 1, Cluj.

Clasa a VIII-a: Moldovan Georgeta (VIII: 1098, 111, 2*).

Liceul de băieți Nr. 1, Cluj.

Clasa a X-a: Stoicovici Ovidiu (X: 1083, 4).

Liceul „Mircea cel Bătrân", Constanța.

Clasa a X-a: Comănescu I. Valerian (X: 1101*, 2, 3, 4, 5*, 6, 7*, 8, 9*, 10, 27*, 36*, 9, 40, E. G.: 890, 5*, 907, 17, 9, A: 25).

Liceul de fete Nr. 1, Craiova.

Clasa a VIII-a: Grigorașcu Niculina (VIII: 1102, 3*, 7, 8*, 9, 11*, IX: 1121*, 4, 32*, 5, E. G.: 896); Marinescu Caliopi (VIII: 1102, 3*, 7, 8*, 9, IX: 1121*, 4, 6*, 34, E. G.: 896).
Clasa a IX-a: Nicolae M. Elena (IX: 1141, 2, 4*).

Școala medie de Energie Electrică, Craiova.

Anul al II-lea: Crăiniceanu Puiu (IX: 1123*, 4, 7, X: 1087).

Colegiul popular „N. Bălcescu", Craiova.

Clasa a VIII-a: Georgescu C. Florin (VIII: 1101, 2*, 7, 8).
Clasa a IX-a: Nicolau Pompiliu (IX: 1121, 2*, 3, 4, 6, 8*, X: 1087, XI: 1011, E. G.: 896).
Clasa a X-a: Făcăoaru Gh. Ion (E. G.: 895*, 8*, 9*, 900*).

Liceul teoretic mixt Curtea de Argeș.

Clasa a VII-a: Arpășanu I. Gheorghe (VII: 370, 1). Bonea Vasile (VII: 370, 1, 2); Dumitrescu Eftimie (VII: 370, 1, 2); Duțianu Maria (VII: 371, 2); Marinescu Sonia (VII: 370, 1, 2); Popescu Nușa (VII: 370, 1, 2); Preda Doina VI(I: 371, 2, 3); Stănescu Elena (VII: 370, 1, 2); Tonoiu Elena (VII: 370, 1).
Clasa a VIII-a: Aron Ion (VIII: 1094, 5, 6, 7, 8, 100); Ceapă Titus VIII: 1094, 5, 6, 7, 8, 9, 100), X: 1091, 111, 4, XI: 1075, E. G.: 885); Cotorobai Vasile (VIII: 1097, 8, 9, 100); Diaconu C. Marin (VIII: 1096, 7, 8); Dima Ion (VIII: 1091, 6, 7, IX: 1114); Fleancu Matei (VIII: 1100); Georgescu Alice (VIII: 1097, 9); Golescu Valeriu (VIII: 1096, 9, 100); Gorunescu Ana (VIII: 1097, 8, 100, 11); Gorunescu Cornelia (VIII: 1096, 7, 8, 100, 11); Guriuc Lucia (VIII: 1096, 7, 8); Ianculescu Ileana (VIII: 1091, 5, 7, 8, 9); Iliescu Marcel (VIII: 1096, 7, 8, 100, 14); Marinescu Sebastian (VIII: 1091, 6, 7); Niță Paul (VIII: 1095, 6, 7, 8, 100); Ocănoaie Nicolae (IX: 1097, E. G.: 885); Oprea Elena (VIII: 1096, 7); Oprea Ionel (VIII: 1097, 9, 100); Popescu Cornel Liviu (VIII: 1091, 5, 6, 7, 8, 9, X: 1114); Popescu Ecaterina (VIII: 1096, 7, 8, 100, 11); Prunache Gh. Gheorghe (VIII: 1091, 6, 7, 8); Oancea Nicolae (VIII: 1091, 4, 6, 7, 8, 9, 100); Simionescu Mariana (VIII: 1091, 5, 7, 9); Smeureanu D. Dumitru (VIII: 1091*, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 100, 14, IX: 1097, 111, X:

1075); Stănilă Elena (VIII: 1091, 8, 9); Stamate Elena (VIII: 1095, 7, 9); Stan Nicolae (VIII: 1097); Stanca Constantin (VIII: 1096, 7); Starici Leonida (VIII: 1096, 7); Sterescu Emanoil (VIII: 1097, 8); Şerban Ioan (VIII: 1096, 7, 8, 9*); Slavescu Nicolae (VIII: 1096, 7, 8); Ştefănescu Maria (VIII: 1096, 7, 8); Tănăsescu Anton (VIII: 1097, 8); Tiţa Margareta (VIII: 1096, 7, 8); Trelea Petre (VIII: 1091, 4, 6, 7); Turcu Petre VI I: 1097); Vasilescu Dumitru (VIII: 1091, 6, 8); Vasilescu Romeo (VIII: 1096, 7, 8); Vasilescu Virgil (VIII: 1094, 7); Vega Eugenia (VIII: 1096, 7, 8, 111); Voicilă Nicolae (VIII: 1094, 5, 6, 7);

Clasa a VIII-a B: Andrei Valeriu (VIII: 1102); Avrigeanu Emil (VIII: 1100); Biţu I. Nicolae (VIII: 1094, 100); Boncea C. Gheorghe (VIII: 1094, 6, 7, 8*, 100*); Boncea N. Nicolae (VIII: 1096, 7); Bordea D. Mihail (VIII: 1100); Barbu Nichy (VIII: 1102); Chesnoiu I. Tudor (VIII: 1100, IX: 1113); Chiriloiu Cornel (VIII: 1097, 100); Dima Tudor (VIII: 1097, 100); Dolda Liviu (IX: 1113); Drăgănescu Florin (IX: 1113); Dragomir Ilie (VIII: 1098); Dragomir Eremia (VIII: 1098, 112); Duţă M. Mihai (VIII: 1100); Florea Puiu (VIII: 1100); Florescu Eleonora (VIII: 1097, 8*, 100*, 2); Găian Florin (VIII: 1112); Giulea Elena (VIII: 1100, 2); Jidovu Gheorghe (VIII: 1098); Moroianu R. Gheorghe (IX: 1113); Panţurescu Maria (VIII: 1012, 100); Tătaru Cornel (VIII: 1100); Vasilescu Melania (VIII: 1100, 2); Voinicu Andrei (IX: 1113).

Clasa a IX-a: Boiangiu Costin (IX: 1112, 5); Călin Victor (IX: 1116, 9); Căplan Sever (IX: 1117, 20); Ceapă I. Gheorghe (IX: 1111, 2*, 3, 4, 5, 6, 20, X: 1075*, E. G.: 885); Davidoiu Silvia (IX: 1112, 6); Dinoiu Elena (IX: 1116); Dogaru I. Badea (IX: 1112, 7, 20); Dumitrescu I. Lucia (IX: 1112, 3, 5, 7, 20, E. G.: 885); Eftimie Ion (IX: 1116, 22, E. G.: 885); Feteanu Margareta (IX: 1114, 7); Ghiocă Maria (IX: 1116, 7); Ghiulea Constanţa (IX: 1112, 6, 7, 9, 20, E. G.: 885); Glonţescu Alexandru (IX: 1112, 6); Harcea I. Ion (IX: 1112); Hrabonsky Eugen (IX: 1112, 3, 7, 20); Idor Paulina (IX: 1120); Luca Anatole (IX: 1112, 5); Mitoaica Eliza (IX: 1113, 4, 7*); Mladen Anghel (IX: 1112, 5); Mladin Dumitru (IX: 1112, 6); Niţă N. Gheorghe (IX: 1116, 9); Olteanu V. Mihai (IX: 1116, 7, E. G.: 885); Olteanu Ghizela (IX: 1116, 7, E. G.: 885); Osaci N. Gheorghe (IX: 1112, 3, 20, E. G.: 885); Pisică A. Mihail (IX: 1119); Popescu I. Nicolae (IX: 1112, 6); Popa N. Gheorghe (IX: 1120); Smeureanu Alexandra (IX: 1111, 4, 7*, X: 1075*); Stăncioiu Isidor (IX: 1111, 2, 6, 7, 9, 20; X: 1075; E. G.: 885); Stănculescu Lucian (IX: 1117, 9); Stănescu C. Mihai (IX: 1117, 20); Stătescu Vasile (IX: 1112); Toma Filofteia (IX: 1117); Voinea Teodor (IX: 1112, 6, 7); Vasile I. Gheorghe (IX: 1112, 7, 20); Vulpescu Alexandru (IX: 1117, 9).

Clasa a X-a A: Bodea Cornelia (X: 1071); Bratu Gheorghe (X: 1072, 3, 6); Brezae Ofelia (X: 1072); Calapod Gheorghe (X: 1072, 3); Dinoiu Melania (X: 1071, 3); Donescu Nicolae (X: 1076*, Dumitrescu Nicolae (X: 1071, 2, 3); Enache Gabriel (X: 1072); Enescu Cornelia (X: 1072); Ianculescu Măndica (X: 1072, 3, 7); Nicolau Maria (X: 1073); Nicolescu Gh. Maria (X: 1076, 9); Paraschivescu Maria (X: 1076); Raiciu Doina (X: 1072); Săvulescu Alexandra (X: 1072, 3); Sentes Paraschiva (X: 1073).

Clasa a X-a B: Andrei Constantin (X: 1077, A: 13); Antonescu Ion (X: 1014, 6, 7, 13); Bucurenciu Gheorghe (X: 1077, A: 13, 14); Burlacu Petruş (X: 1077, 8, E. G.: 885, A: 13, 4, 5); Condurat Constantin (X: 1077, 8, A: 13); Cristea Ion (X: 1077, A: 13, 4, 5); Cupeş Mircea (X: 1073, E. G.: 885, A: 13, 5); Dima Emil (X: 1073, 6, 7, 8*, E. G.: 885, 9, A: 13, 4, 5; Drăgănescu I. Dan (X: 1076, 7, 8, A: 13, 4, 5); Dumitru Elefterie (X: 1073, 7, E. G.: 885, A: 13, 4); Dumitrescu Petruţ (X: 1077, A: 13, 4, 5); Eremia Constantin (X: 1073, 7, 8, A: 13, 4, 5); Fica Vasile (X: 1073, 7, A: 13, 4, 5, 8); Grigoroiu I. Ioan (X: 1076, 7, 8, A: 13, 4, 5); Jivu Ion (X: 1077, A: 13, 5); Lazăr Octavian (X: 1073, 6, E. G.: 885); Matei I. Corneliu (X: 1077,

8, A: 13, 4, 5); Negoescu Gheorghe (X: 1075, 7, A: 13, 5); Niță I. Petre (X: 1073, 6, 7, 8, E. G.: 885, A: 13, 4, 5); Rebedeu N. Ioan (X: 1077, 8, A: 13, 4, 5); Scurtu A. Grigore (X: 1077, A: 13, 4, 5); Singureanu Ion (X: 1077, A: 13, 5); Stoleru N. Ticu (X: 1077, 8, A: 15); Stroescu Constantin (X: 1077, 8, A: 13, 4, 5, E. G.: 885); Tomescu Ilie (X: 1073, 7, E. G.: 885, A: 14, 5); Teodor A. Elisei (X: 1073, 6, 7, 8, A: 13, 4, 5, E. G.: 885, 9); Ursan Andrei (X: 1077, A: 14, 5).

Clasa a XI-a: Ionescu S. Alexandru (XI: 1004, 6, 7, E. G.: 885, A: 8); Milea Marcel (XI: 1010, 1, 2, 4, 6, 7, E. G.: 885, A: 8); Munteanu Ion (XI: 1010, E. G.: 885, A: 8); Niță N. Jean (XI: 1010, E. G.: 885, A: 8); Pană Marin (XI: 1002, 4, 6, 7, 10, E. G.: 885); Popa Vasile (XI: 1002, 4. 6, 7, 10); Pralea Ana (XI: 1002, 4, 6, 7*, 10, E. G.: 885); Prisiceanu Ștefan (XI: 1006, E. G.: 885, A: 8); Roman Eugen (XI: 1001, 2, 4, 6, 7, 10, E. G.: 885, 888*, A: 8); Vasilescu Doina (XI: 1002, 4, 6, 7, 10, A: 8, E. G.: 885); Vlădescu Vlăduț (XI: 1002,4, 6, 7, 10, 7).

Liceul de băieți, Lugoș.

Clasa a XI-a: Mihăescu P. Ioan (XI: 1029, 30, 43, 4).

Liceul teoretic de băieți, Giurgiu.

Clasa a X-a: Laudă Fl. Gheorghe (X: 1087, 8, 9, 100).

Liceul teoretic mixt, Huși.

Clasa a VIII-a: Terdiman Angela (VIII: 1101*, 3, 7, 8).

Liceul de fete Nr. 1 din Oradea-Mare.

Clasa a VIII-a: Călinescu Doina (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, 9*, 10); Chișvasi D. Cornelia (VIII: 1101, 2*, 3, 4, 7, 8, 9*); Matei Felicia (VIII: 1101, 2*, 3, 4, 7, 8); Silaphi I. Silvia (VIII: 1101, 2, 3, 4, 7, 8); Doiniuța G. Maria (VIII: 1101, 2, 3, 4, 8).

Școala Tehnică Metalurgică din Oradea-Mare.

Anul I-iul: Andov N. Ioan (VIII: 1102); Ieran Vasile (VIII: 1085, 6, 7, 8, 96, 7, 8, 110, 8, 22, 3, IX: 1114); Moisa Ș. Viorel (VIII: 1103, 23); Rațiu Gavriel (VIII: 1102); Sferlea N. Nicolae (VIII: 1103, 7, 22, 3); Ursu T. Adrian (VIII: 1101, 12).

Liceul de băieți din Oradea-Mare.

Clasa a VII-a: Giuașu I. Mircea (VII: 370, 1, 2); Petrovici Șt. Liviu (VII: 370, 1, 2).

Clasa a IX-a: Ciupa L. Florin (IX: 1128, 30, 41, 2, 7*, X: 1081); Leuca F. Treboniu (IX: 1121*, 2*, 3*, 6*, 7*, 8*, 30, X: 1082, E. G.: 891, 6); Pătroc P. Nicolae (IX: 1122*, 6*, 7*, 8*, 9*, 30, X: 1089, E. G.: 896, A: 14).

Clasa a X-a: Bugă V. Romulus (X: 1071, 3*, 81, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, E. G.: 891, A: 11, 4); Chișiu P. Teodor (X: 1081*, 2*, 3, 4, 7, 8, 9, E. G.: 896); Hațegan A. Petru (X: 1086*, 91, 2, 3*, 4, 5*, 6, 7, 8*, 9, 100, 1, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 2, 4, 5, XI: 1020, 3, 6, 7, 8*, 9, 30, 1, 5, 6, 9, 40, E. G.: 898, 902, 3, 4, 5, 6, 9, 13, 6, 7, 8*, 9, A: 15, 21, 5); Ieran Ioan (X: 1077, 83, 4, 7, 8, 9, 100); Maliță T. Ioan (X: 1086, 7, 8, 9, 93*, 6, E. G.: 891, 900*); Sârbu C. Nicolae (X: 1071, 88, 9, 1101, 2, 5, 8, 9, 10, E. G.: 891, 900, A: 11, 21, 2, 5); Stoia F. Dumitru (X: 1085, 7, 8, 9, E. G.: 891, 6); Șuta I. Mihai (X: 1079, 92, 101*, 2, 3*, 5, 7*, 13*, 4*, 6*, XI: 1017, 22, 31*, 3, 4, 5*, 6, 8, 40, 3, 5, 6, 7, 8, E. G.: 891, 17, 8, 20*, A: 30*).

Clasa a XI-a: Popa F. Pavel (XI: 1011, 3, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, E. G.: 891, 5*, 6, 8*, 9*, 900, A: 13*, 4, 5*); Vidican Gh. Ioan (XI: 1014*, 5*, 8*, 20*, 8*, 34, 5*, 6, 8, 9*, 40, E. G.: 891, 900, 9, A: 13, 25).

Liceul mixt din Oravița.

Clasa a V-a: Pascaru M. Alexandru (VI: 10, 2).

Clasa a VIII-a: Bufanu Ghiță (VIII: 1097, 8, 100, 2, 3, 11*, 2, 3, 7, 23); Mălăescu A. Andrei (VIII: 1111*, 7, 22); Melca G. Gheorghe (VIII: 1104, 5, 6, 7, 8, 12); Micloșină P. Miron (VIII: 1112, 7, 22, 3); Solomon P. Moacă (VIII: 1102, 3); Pârvu N. Elena (VIII: 1111*, 7, 3, 4).

Liceul de băieți Nr. 1 din Piatra-Neamț.

Clasa a IX-a: Hogea Grigore (IX: 1124*, 6*, 7*, 8*, 9, 31, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8, 9*, 40*, 1, 2, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9, X: 1081, 2, 7, 8, 9, 90*, 4*, 6*, 8*, 105*, 6, 8, 9, XI: 1011, 22, 34*, 40, E. G.: 891, 2, 6, 902, 16*, 7, 9*, A: 14).

Clasa a X-a: Zamfir C. Vasile (X: 1085, 7, 9, 90*, 4*, 6*, 7, 8*, 100, 5, 6, 8, 9).

Școala elementară Nr. 4 din Pitești.

Clasa a VII-a: Popescu P. Ovidiu (VII: 375, 9).

Liceul de băieți din Pitești.

Clasa a VIII-a: Buican Constantin (VIII: 1101, 2, 3, 4); Papina Șt. Radu (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8, 9*, 10*); Pietraru S. Vitalius (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9*, 10*, 1*, 3*, 5*, 6, 7*, 8*, 9, 20, 2*, 3, 4*, 5, 6, 7, 8, IX: 1121*, 2, 3, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 30*, 1*, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 41*, 2*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*; X: 1081, 2*, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 90*, 2, 6, 7, 8*, 9*, 100, 2*, XI: 1011, 2, 3, 9*, 22, 4, 33, E. G.: 891, 2, 5, 6, 7, 919, A: 11, 2, 4, 22, 5); Sârbu G. Tudorel (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8, 9, 10*, IX: 1121*, 2, 8, 9, X: 1083, 4, 9, E. G.: 891, 5, 6, A: 12); Stănescu A. Viorel (VIII: 1101, 4, 10*, 1*, 2, 5*, 9, 21*, 2, 3, 4*, 5, 6, IX: 1122*, 4, 6, 8, 41, 2, 3, 6, 9, X: 1081, 91, 7, 105, 10, E. G.: 891); Zarges R. Uwe (VIII: 1101, 2, 3, 4, 7, 8, 10, 2, 5, 8, 9, 20).

Clasa a X-a: Alexe P. Ioan (X: 1071, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, X: 1081, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 96, 7, XI: 1013, E. G.: 881, 91, 5*, 6, 7, 9, 900, 2, A: 6, 8);

Brătescu Olimpiu (X: 1081, 2, 3*, 4, 5*, 6, 7, 9); Dună D. Gheorghe (XI: 1023, E. G.: 898, 901*, A: 20, 8).

Clasa a XI-a: Bunescu S. Constantin (XI: 1011, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*, 20*, E. G.: 891*, 5*, 6, 7, 9*, 900, A: 11, 3, 4, 5); Ionescu A. Gabriel (XI: 1011, 3, 4*, 5*, 6*, 7*, E. G.: 891*, 5*, 6, 7*, 99, 900, A: 11, 3, 4); Nedelescu D. Petre (XI: 1001, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8, 9*, 20*, E. G.: 890*, 1*, 2*, 5*, 6*, 7, 9*, 900*, A: 11, 2, 3, 4, 5); Teodorescu M. Lucian (XI: 1011, 3, 4*, 5*, 7*, 8, 9*, E. G.: 891*, 2, 5*, E. G.: 896, 7, 9*, 900, A: 13, 4).

Şcoala Medie Tehnică Profesională din Piteşti.

Anul I-iul: Aronel Ene (VIII: 1101, 2, 3, 4, 7, 8, 9); Bănică C. Ion (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7); Bolfin Nicolae (VIII: 1101, 3, 7, 9); Barbu I. Gheorghe (VIII: 1102, 3, 7, 9*, E. G.: 891); Bucur Şt. Ion (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8); Chiţescu Ion (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*); Constantinescu T. Dumitru (VIII: 1102, 7, 8, 9); Constantin C. Gheorghe (VIII: 1102, 3, 4, 5, 6, 9, 10); Dina I. Nicolae (VIII: 1101, 2, 3, 4, 7, 8); Dumitru P. Gheorghe (VIII: 1101, 2, 3, 8, 9); Dumitrescu Gh. Ion (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8, 9); Davideanu M. Maria (VIII: 1101, 7, 9*); Dinu N. Petre (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 10*, E. G.: 891); Dumitru N. Radu (VIII: 1103, 5, 6, 7); Georgescu Gh. Constantin (VIII: 1102, 3, 4, 5, 6*, 7, 9*); Georgescu P. Gheorghe (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 9*, 10*, E. G.: 891); Georgescu Pompiliu (VIII: 1101, 2, 3, 4, 7*, 8, 9*, 10*); Gumă M. Const. (VIII: 1101, 2, 3, 5, 7, 8); Niţă C. Gheorghe (VIII: 1102, 3, 9*); Popescu G. Nicolae (VIII: 1101, 2, 3, 5, 6, 9); Oprescu T. Ion (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9*, 10*, E. G.: 891, 7*); Rizu I. Ion (VIII: 1101, 2, 3, 4, 7, 9); Stoican M. Gheorghe (VIII: 1104, 5, 6, 7, 8, 9*, IX: 1124); Smărăndache Dumitru (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8, 9*); Ştefan G. Stelian (VIII: 1103, 4, 7, 9); Vidony Ştefan (VIII: 1101, 2, 3, 5, 7, 8); Rada D. Ion (VIII: 1102, 3, 4, 7, 8).

Anul al II-lea: Beja V. Florea (IX: 1122, 4); Cârlănescu R. Ion (IX: 1127, 8, 9, 22, 30); Dana M. Ion (IX: 1123, 7, 9); Dragomir O. Stan (IX: 1122, 3, 7, 8, 9*, 30); Davidsohn S. Izu (IX: 1124, 8, 9); Emilian C. Constantin (IX: 1122, 3*, 4, 7*, 30); Nedelea G. Florea (IX: 1124, 30); Pielaru Şt. Ilie (IX: 1124, 8, 9, 30, X: 1089); Stan Gh. Ion (IX: 1122, 4, 7); Receanu G. Ilie (IX: 1122*, 4*, 30, E. G.: 891*); Ştefănescu N. Ilie (IX: 1121*, 2*); Predeanu M. Dumitru (IX: 1122, 3, 7, 8, 30).

Liceul de fete din Ploeşti.

Clasa a X-a: Căluşiţă I. Mioara (X: 1088, 93, 5*, 6, E. G.: 891, 5, 6, 9),

Liceul de băieţi din Ploeşti.

Clasa a VII-a: Ardeleanu S. Mircea (VII: 377); Panov Valentin (VII: 373, 4, 5, 7); Macri Al. Paul (VII: 380, VIII: 1117, 24, 9, 34, 8, 40); Popescu Şt. Eugen (VII: 376, 7, 9, 80); Popovici Radu (VII: 380); Untea I. Gheorghe (VII: 373, 5);

Clasa a VIII-a: Bordeanu N. Stelian (VIII: 1111*, 2, 3, 5, 7, 8, 9); Brozici G. Florin (VIII: 1102, 3, 6, 12); Bunea I. Ştefan (VIII: 1102, 11, 22); Diaconescu D. Gheorghe (VIII: 1111*); Moraru V. Const. (VIII: 1102, 3, 11*, 21, 2, 3); Niculescu Al. Valeriu (VIII: 1111, 2, 9, 20); Popescu C. Valentin (VIII: 1102, 8*, 13, 8, 9, 22, 3*, 4, X: 1089, 100); Stănescu N. Hristea (VIII: 1117, 8, 23, 4, 5, 30); Stănescu P. Alexandru (VIII: 1104, 5*, 6, 7, 8, 9, 21, 2, 3, 4); Voicu T. Gheorghe (VIII: 1104); Zaharescu C. Marin (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, X: 189).

Clasa a IX-a: Gheorghiu V. Vasile (IX: 1128, 38, 40*, 1, 5, 6, 7, 8, X: 1089, 97, 101*, 3, 4*, 5*, XI: 1012, 13, 24, 6, 7, 31, E. G.: 900, 17); Rădulescu N. Gheorghe (IX: 1119, 20, E. G.: 901).

Clasa a X-a: Apostol C. Paul (X: 1089, 93, 6, E. G.: 891, 5*, 6, 9, 900).

Liceul de băieţi din Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a VIII-a: Ardelean Nicodim (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10,1*); Ghiţă I. Nicolae (VIII: 1109*); Nicolaescu Liviu (VIII: 1101, 2, 3, 7, 9).

Clasa a X-a: Mârzan D. Emil (X: 1083, 91, 2, 3, 6, 7, 8*, 100, 1, 2, 3*, 5, 6, 8, 9, E. G.: 891*); Uţă F. George (X: 1081, 2, 3, 7).

Liceul mixt din Roşiori de Vede.

Clasa a XI-a: Dumitrescu I. Alexandru (XI: 1011, E. G.: 891, 6).

Şcoala elementară de băieţi din Râmnicul-Sărat.

Clasa a VI-a: Săraru N. Dumitru (VI: 6, 9).

Clasa a VII-a: Cercel Gheorghe (VII: 376, 7, 8); Juga S. Constantin (VII: 376).

Liceul mixt din Râmnicul-Sărat.

Clasa a VIII-a: Barac Nicolae (VIII: 1111, 2, 22, 4, 31, 5); Chiricuţă Alexandru (VIII: 1102, 3, 7, 12, 21, 2, 3, 4, E. G.: 896); Dineaţă M. Petrică (VIII: 1102, 3, 7, 11*, 2, 7, 9*, 29, 34); Dobrilă Şt. Gheorghe (VIII: 1103, 11, 2, 7, 9, 31, 4); Făclieru C. Aron (VIII: 1112, 7, 9*, 22, 31); Fănică A. Constantin (VIII: 1111, 2); Găgescu Viorica (VIII: 1107, 8, 12, 22, 3); Ionescu Mircea (VIII: 1107, 8, 14); Gingăraşu Constantin (VIII: 1085, 96, 7, 8, 107, 23, 4*, 5, 31); Hăhăianu Laurenţiu (VIII: 1102, 12, 7, 23, 5, 7, 31, 3, 4); Jercan Nicolau (VIII: 1123, 5, 31); Negoescu Şt. Aurel (VIII: 1111, 21, 31, 4); Platon Valeriu (VIII: 1112, 7, 25, 7, 31); Rozmarin Alexandru (VIII: 1112, 25, 7, 31); Săndulescu Stănel (VIII: 1112, 7, 9, 25, 7, 31, 40, 2); Stoilescu Florică (VIII: 1102, 3, 7, 23, 31, 40, X: 1106, 17, E. G.: 891); Scha-cheter M. Aron (VIII: 1103, 7, 8, 11*, 2, 9*); Slobozeanu Gheorghe (VIII: 1125, 7, 31, 4); Stan Ion (VIII: 1122, 3, 31); Ungureanu M. Emil (VIII: 1107, 8, 12, 22, 3, 4).

Clasa a IX-a: Constantinescu C. Ştefan (IX: 1142, E. G.: 907, 9*); Gheorghiţă A. Nicolae (IX: 1103, 9, 13, 24, 35, 41); Ionescu N. Mircea (IX:

1124, 32, 3, 4, 41, 2*, 7*, 9*, A: 27, 9); Isofache N. Aristide (IX: 1115, 24, 47, 9*, 51, 5, 8); Lazăr P. Dumitru (IX: 1131, 2, 3, 4, 8, 9, 41, 7*, 9); Lăptoiu G. Ionel (IX: 1126, 41*, 2, 3, 7*, 9, 55, 8); Lenţoiu M. Tudorel (IX: 1132, 3, 4, 8, 9, 41, 2, 7, 9*, A: 29); Pătraşcu R. Amalia (IX: 1132, 3, 4, 5, 41); Săndulescu I. Eliza (IX: 1131, 2, 4, 55); Stog D. Ilie (IX: 1142, 3*, 7*, 9*, A: 27, 9); Sare Const. (IX: 1132, 3, 4, 6, 8, 9*, 47*, 9*); Zaharia S. Valeriu (IX: 1131, 2, 8, 9, 47*, 9*, A: 27).

Clasa a X-a: Ariton Al. Liviu (X: 1065, XI: 991, 2, 1002, X: 1065, E. G.: 885*, 9*, 91, 5, 6, XI: 991, 2, 1002, A: 14, 5); Ionescu S. Mircea (X: 1081, 3, 4, 7, 8); Asănache V. Nicolai (X: 1081, 3, 4, 7, 8, 9); Asănăchescu D. Stroe (X: 1071, 2, 5, 7, 81, 2*, 3, 4, 5, 7, 8, XI: 1004, 10); Octavian I. Marin (X: 1101, 3*, 4, 6, 7, 10, E. G.: 895, 901, 2, 5, 16, 7).

Liceul de băieţi din Satu-Mare.

Clasa a X-a: Şoncodi P. Coriolan (X: 1086, 7, 8, 9, XI: 1011, E. G.: 891, 2, 5).

Liceul de băieţi din Sibiu.

Clasa a VIII-a: Andreescu I. Iustin (VIII: 1102, 3, 7); Bonea I. Horia (VIII: 1102, 3); Gusan I. Nicolae (VIII: 1102, 3, 4, 8); Panţir F. Gheorghe (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8, 9); Vestemean N. Dumitru (VIII: 1101, 2, 4, 7, 19).

Clasa a X-a: Lupu V. Constantin (X: 1091, 2*, 1101*, 2, 5, 9, E. G.: 900).

Liceul mixt, Sighet.

Clasa a IX-a: Voicu T. Ion (IX: 1122*, 31, 2, 3).

Liceul de băieţi din Slatina-Olt.

Clasa a X-a: Constantinescu Gheorghe (X: 1075, 87, 8, 93, 4, 6, 7, XI: 1101, 2, 3, 4, E. G.: 889*, 900, 9, A: 8).

Şcoala Tehnică Agricolă din Strehareţ, Slatina-Olt.

Anul I-iul: Milen I. Iordan (VIII: 1107, 8, 9, 10).

Liceul de băieţi din Târgovişte.

Clasa a VIII-a: Amzulescu V. Ion (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8).

Clasa a IX-a: Olteanu M. Gheorghe (IX: 1141, 2, 5, 6, 7, X: 1101, 2, IX: 1149, E. G.: 919); Paraschiv G. Ion (IX: 1123, 4, 6, 32, 3, 4, 41, 2, 5).

Clasa a X-a: Dobrescu A. Ovidiu (X: 1086, 8, 1101, 2, 3*, 4, 10, XI: 1100, E. G.: 909*).

Şcoala tehnică metalurgică din Târgu-Mureş.

Anul al II-lea: Simionescu C. Petru (IX: 1121, 2, 4, 5, 6*, 7*, 8*, X: 1081, 2*, 3, 4, 5, 7, 8, E. G.: 891, 5, 900, A: 11).

Liceul de băieți Târgu-Mureș.

Clasa a X-a: Țarină N. Enea (X: 1081, 2*, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, XI: 1075, E. G.: 896, 8*, A: 12, 4).

Liceul de fete din Târgu-Jiu.

Clasa a X-a: Pârvănescu V. Eugenia (X: 1082, 3, 4, 5, XI: 1012, 3, 6, 7, 9, E. G.: 897*, A: 12, 3, 4, 5, X: 1081, 3, 4, 97); Oprișescu M. Rodica (X: 1081, 2*, 3, 4, 5, 7, 9, A: 14, 5).

Liceul de băieți din Târgu-Jiu.

Clasa a VI-a: Ungureanu T. Ion (VI: 7, 8, 9, VII: 371, 6).

Clasa a VIII-a: Crăiunescu M. Jean (VIII: 1102, 3, 4, 7, 9*).

Clasa a IX-a: Firulescu N. Costică (IX: 1112, 6, 24, 6, 37, X: 1073, XI: 1001, 6, 10).

Clasa a X-a: Pârvuțoiu Gr. Constantin (X: 1092, 4, 7, XI: 1011, 2, 3, 17, E. G.: 896, 7, 900).

Clasa a XI-a: Călinoiu N. Sergiu (XI: 1015, 6, 7, 8, 26, E. G.: 897); Ciuciuc I. Nicolae (XI: 1011, 2, 3, 5*, 6*, 7*, 8, 9, E. G.: 890*, 1, 5, 6, 7*, 900, A: 11, 2, 3, 4, 5, 6).

Liceul de fete din Timișoara.

Clasa a VII-a: Coșeriu Tr. Alina (VII: 371, 2, 3*, 5); Ghermănescu M. Lucia (VII: 376*, 7, 8, VIII: 1129*).

Clasa a VIII-a: Biro G. Erica (VIII: 1101*, 2, 3, 9, 12); Ghermănescu M. Mihaela (VIII: 1101*, 2, 3, 7*); Klein E. Vilhelmina (VIII: 1104, 5, 7, 8); Nicoară N. Viorica (VIII: 1103, 7, 12*, 4*, 22*).

Clasa a IX-a: Anțila L. Ligia (IX: 1123*, 4*, 5, E. G.: 891, 6); Domany A. Eva (IX: 1122*, 4, 5, E. G.: 891, 6); Gârleșteanu M. Eliza (IX: 1125, 6*, 7*, 8*, 9*, 30, X: 1081*, 2*, 9, E. G.: 891, 2*, 4*, 6, 7*, A: 12, 3, 4*, 5*); Wiener I. Eva (IX: 1121, 2*, 4*, 6, E. G.: 895, 6, A: 12).

Clasa a X-a: Trufin Cecilia (X: 1085, 6*, 7, 8, XI: 1013*).

Clasa a XI-a: Pod I. Livia (XI: 1039, 40).

Liceul de băieți Nr. 1 din Timișoara.

Clasa a VIII-a: Bârzu S. Eugen (VIII: 1101, 2, 3*, 8*, 10*; Brândeu Liviu (VIII: 1110, 1*, 2, 5*, 21*, 2*, 3, 4*, X: 1110).

Clasa a IX-a: Borlovan I. Zeno (IX: 1121, 2*, 3*, 4*, 7*, 8, E. G.: 891, 6); Cojocaru S. Valentin (IX: 1121, 3, 5, 31, 2, 3, 4, 5, 6, 40*, X: 1082*, 3, 4, 7, 97, 8*, 100, E. G.: 907, A: 11, 2, 4); Linca V. Dan (IX: 1121, 4, 31, 41, 7, 9, X: 1081, 2, 98*, 100, 2); Lucian Adrian (IX: 1125, 31, 2, 3, 4, 5, 6); Negru D. Viorel (IX: 1121, 8*, 22*, 32, 3, 4, X: 1089, E. G.: 896, A: 11, 2); Sarca Dorin (IX: 1130, 2, 3, 4, 41, 5).

Clasa a X-a: Bădăluță Șt. Mircea (X: 1081, 2*, 3, 4, 104*); Craia C. Cornel (X: 1081, 7, 9); Gherghevici Tiberiu (X: 1081, 2*, 3, 4, 5*, 7, 8, 9).

Liceul clasic mixt din Timișoara.

Clasa a X-a: Szabados A. Andrei (X: 1083, 4, 5, 8, 92, 3, 6, 7, 8, 100).

Şcoala elementară. Comuna Tudor Vladimirescu, Teleorman.

Clasa a V-a: Turturică Milică (VI: 7, 8, 10, 1, 2, 3, 4, 5, VII: 371, 2, 3, 6); Panait Datcu (VI: 7, 8, 10, 2, 3, 4, 5, VII: 372, 6); Soricoaia Eftimie (VI: 7, 8, 10, 1, 3, 4, 5, VII: 371, 2, 3); Vasile A. Florian (VI: 7, 8, 12, 4, 5, VII: 371, 2, 3, 6).

Liceul de băieţi din Turda.

Clasa a IX-a: Vâdca Vlăduţ (IX: 1124, 5, 6, 7, 8).

Liceul mixt din Turnu-Măgurele.

Clasa a X-a: Schiopu I. Zoe (X: 1081, 3, 6, 7, 8, E. G.: 891, 2, A: 11),

Liceul teoretic de fete din Turnu-Severin.

Clasa a VIII-a: Popescu I. Mihaela (VIII: 1101, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1*, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, 9, X: 1100).

Liceul teoretic mixt maghiar Nr. 2 din Zalău.

Clasa a XI-a: Nemeş L. Luca (XI: 996, 1031, 3, 40, E. G.: 906).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Septembrie 1949

Clasa a VI-a. *Exerc. 19.* Impozitul pe clădiri, pe primul trimestru al anului, trebuia achitat până la 28 Februarie. După această dată, pentru fiecare zi de întârziere se percepe o amendă de 4 la mie.

O persoană achită la 2 Martie, 1500 lei.

Care este venitul anual al locuinţei, dacă 20% din aceasta nu se impune şi din restul, impozitul reprezintă 31%?

N. M.

VI. 20. Să se verifice egalitatea:

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{5}{7}+\frac{8}{11}\right)\times\left(\frac{11}{13}+\frac{10}{17}\right)=$$

$$26400\times\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{8}\right)\times\left(\frac{1}{56}+\frac{1}{55}\right)\times\left(\frac{1}{130}+\frac{1}{187}\right)$$

C. C.

VI. 21. In triunghiul ABC, înălţimea AD şi bisectoarea BB' se întâlnesc în M.

Dacă $\sphericalangle A = 50^0$ şi $\sphericalangle C = 60^0$, se cere să se calculeze mărimea unghiului AMB.

E. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 382.* La o manufactură de tutun este nevoie de 900 lucrători, care lucrând la 6 maşini câte 8 ore pe zi termină 8500 kg. materii prime, în 2 zile.

Câţi lucrători sunt necesari pentru 17850 kg. materii prime, dacă numărul maşinilor se măreşte cu $\frac{1}{2}$ din cel existent, astfel ca lucrul să fie terminat în 5 zile, lucrându-se câte o oră mai puţin pe zi?

H. D.

VII. 383. Un giuvaergiu cumpără de ocazie, o brăţară de aur, în greutate de 20 g, cu titlul de 0,900. Vinde această brăţară cu lei 10800 câştigând 20%. Se cere preţul de cumpărare şi cât s'a plătit gramul de aur, ştiind că la cumpărare s'a socotit numai aurul din brăţară.

E. M.

VII. 384. Două cercuri egale se taie în punctele A, B. O secantă oarecare dusă prin punctul A taie unul din cercuri în M' şi pe al doilea în M"; o a doua secantă dusă prin A taie primul cerc în N' şi pe al doilea, în N".

Să se demonstreze că segmentele M' N' şi M" N" sunt egale.

C. C.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1141.* Să se arate că avem identitatea:

$$(y+z+t)^3+(z+t+x)^3+(t+x+y)^3+(x+y+z)^3$$
$$+6xy(z+t)+6zt(x+y)=2(x+y+z+t)^3+x^3+y^3+z^3+t^3.$$

V. C.

VIII. 1142. Să se arate că avem identitatea:

$$(a_1^3+a_2^3)(b_1^3+b_2^3)-(a_1 b_1^2+a_2 b_2^2)(a_1^2 b_1+a_2^2 b_2)$$
$$=(a_1 b_2-a_2 b_1)^2(a_1 b_2+a_2 b_1).$$

V. C.

VIII. 1143. Să se arate că dacă $ab+bc+ca=1$, avem

$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}=3+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1144. Să se arate că dacă

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}=\frac{2ab}{a^2+b^2} \text{ avem } \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\pm\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}.$$

C. I. Ţ.

VIII. 1145. Să se rezolve ecuaţia

$$24(x^5-5)^{-2}+10(x^5-5)^{-1}+1=0.$$

H. D.

VIII. 1146. Să se rezolve ecuaţia

$$a(x^2+x+1)^2+b(x^2-x+1)^2+c(-x^2+x-1)^2=0$$

Caz particular $a+b+c=0$.

I. I. S.

VIII. 1147. Să se rezolve sistemul:

$$x^2-xy-2y^2=18 \quad , \quad x-2y=3.$$

E. M.

VIII. 1148. Un turn înalt de 10m. este format dintr'un cilindru cu raza de 3m., terminat printr'un con. Aria laterală este de 160,14m^2. Să se afle volumul turnului.

N. M.

VIII. 1149. Se construeşte patratul OABC şi se duc medianele lui: MN, PQ (M fiind mijlocul lui $\overline{OA}$; iar P, mijlocul lui $\overline{AB}$). Cercul cu centrul în O şi raza $\overline{OA}$, taie mediana PQ în D şi mediana MN în E.

Să se arate că arcele: AD, DE, EC sunt egale.

O. N. Ţ.

VIII. 1150. Două cercuri O', O'' sunt tangente exterioare în punctul T. Fie T', T'' punctele de contact ale unei tangente comune celor două cercuri, iar A', A'' punctele diametral opuse lui T în cele două cercuri.

Să se demonstreze că dreptele A'T', A''T'' sunt perpendiculare şi că punctul lor de intersecţie se află pe tangenta comună în T.

C. C.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1161.* Să se arate că expresiile

$$E_1 = \sqrt{2x-1+2\sqrt{x(x-1)}} + \sqrt{2x+7+2\sqrt{(x+2)(x+5)}}$$

$$E_2 = \sqrt{2x+4+2\sqrt{(x-1)(x+5)}} + \sqrt{2x+2+2\sqrt{x(x+2)}}$$

$$E_3 = \sqrt{2x+1+2\sqrt{(x-1)(x+2)}} + \sqrt{2x+5+2\sqrt{x(x+5)}}$$

sunt egale între ele şi reale pentru $x \geq 1$.

C. I. Ţ.

IX. 1162. Să se calculeze expresiunea

$$\log_{25}\left(\sqrt[3]{5 \times 625^3}\right) + \log_{64}\left(16^{\frac{3}{5}} \times 2^4\right).$$

V. C.

IX. 1163. Să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$\begin{cases} \log\sqrt{x\sqrt{y}} - \log\sqrt{y\sqrt{x}} = \log 3 - \log 2 \\ x - 4y = 17 \end{cases}$$

C. C.

IX. 1164. In triunghiul dreptunghic BAC ($\overline{BC}$ ipotenuza) se construeşte bisectoarea $\overline{AI}$ a unghiului A, limitată la ipotenuza BC. Fie M şi N proecţiile ortogonale ale punctului I, respectiv pe AC şi AB. Se construesc în triunghiul BAC, paralelele $\overline{MP}$ şi $\overline{NR}$ la AI.

Să se arate:

a) că IP = IR;

b) că aria NAM = aria NIR + aria MIP.

O. N. Ţ.

IX. 1165. Se consideră un dreptunghiu

$$ABCD\ (\overline{BC} < \overline{AB} < 2\,BC).$$

Se construeşte pe fiecare latură, luată ca diametru, semicercul interior dreptunghiului. Să se arate că:

1°. Două semicercuri consecutive se taie a doua oară, pe o diagonală a dreptunghiului dat, cele 4 puncte astfel obţinute, formând un dreptunghiu $A_1B_1C_1D_1$.

2°. Cele patru semicercuri construite sunt tangente unui cerc cu centrul în centrul dreptunghiului dat.

O. N. Ţ.

IX. 1166. Prin vârful C al triunghiului isoscel ACB ducem o paralelă la baza AB şi luăm un punct M pe această paralelă. Să se arate că:

$$\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = 2\,(\overline{CM}^2 + \overline{CA}^2).$$

N. N. A.

IX. 1167. Intr'un trapez isoscel ABCD, circumscris unui cerc O, avem relaţia

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}\,(\overline{AB} + \overline{DC}).$$

N. N. A.

IX. 1168. In triunghiul echilateral ABC, cercul descris pe BC ca diametru taie înălţimea din A în I. Fie J simetricul lui A faţă de I. Să se arate că unghiul JBC are 15°.

N. M.

IX. 1169. Să se verifice identitatea:

$$\frac{3+\cos 2x}{2+\operatorname{tg}^2 x} + \frac{3-\cos 2x}{2+\operatorname{ctg}^2 x} = 2.$$

C. C.

IX. 1170. Să se arate că

$$(\cos 3x + \cos x)^2 = (1+\cos 4x)(1+\cos 2x) = 4\cos^2 2x \cos^2 x$$

$$(\sin 3x + \cos x)^2 = (1+\sin 4x)(1+\sin 2x)$$

$$= 4\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right).$$

C. I. Ţ.

Clasa a X-a. *Exerc. 1121.* Să se arate că

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{7}+\operatorname{arctg}\frac{1}{11}+\operatorname{arctg}\frac{29}{47}=\frac{\pi}{4}.$$

C. I. Ţ.

X. 1122. Să se rezolve ecuaţia

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+\frac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}2x-\operatorname{tg}x}=1.$$

I. I. S.

X. 1123. Să se rezolve ecuaţia

$$\operatorname{tg}x\,.\,\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{3}\right).\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+1=0.$$

N. N. A.

X. 1124. Să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$x\sin y\cos z=m\ ,\quad x\sin y\sin z=n\ ,\quad x\cos y=p.$$

V. C.

X. 1125. Să se arate că dacă între unghiurile unui triunghiu ABC avem relaţia:

$$\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C=2\operatorname{cotg}\frac{1}{2}A,$$

atunci triunghiul este isoscel. Să se rezolve în acest caz triunghiul, cunoscând:

$$A-B=72^{0}\ ,\quad a-b=123\text{ m}.$$

C. C.

X. 1126. Notaţiile fiind cele obişnuite, să se arate că avem relaţia

$$\Sigma\, r_a^3=(4R+r)^3-3\frac{p}{r}abc.$$

N. N. A.

X. 1127. Pe laturile triunghiului echilateral ABC, de latură a, luăm în acelaşi sens, lungimile

$$\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'} = l.$$

Să se arate că

$$\text{Aria } A'B'C' = \frac{3\sqrt{3}}{4}(a^2 + al + l^2).$$

N. M.

X. 1128. In triunghiul ABC fie B' simetricul lui B faţă de C. Să se arate că

$$\operatorname{cotg} B'AC - \operatorname{cotg} BAC = 2 \operatorname{cotg} BCA.$$

N. M.

X. 1129. Intr'un triunghiu ABC cu toate vârfurile ascuţite şi $\sphericalangle A < \sphericalangle B$, ducem înălţimile AA_1 şi BB_1.

Să se stabilească relaţiile:

$$\frac{\overline{AA_1} - \overline{B_1B}}{\overline{AB_1} - \overline{A_1B}} = \frac{\overline{AB_1} + \overline{A_1B}}{\overline{AA_1} + \overline{B_1B}} = \operatorname{tg}\frac{C}{2}; \quad \frac{\overline{AA_1} - \overline{B_1B}}{\overline{A_1B} + \overline{AB_1}} = \operatorname{tg}\frac{B-A}{2}.$$

C. I. Ţ.

X. 1130. Se consideră în spaţiu o dreaptă oarecare (D) şi două puncte A, B, astfel ca dreapta AB să fie perpendiculară pe dreapta (D). Să se demonstreze că locul geometric al punctelor din spaţiu care sunt egal depărtate de punctele A, B şi sunt la o distanţă dată de dreapta (D), este format, în general, din două drepte.

In ce caz cele două drepte se confundă?

C. C.

Clasa a XI-a. *Exerc. 1051.* Să se calculeze limitele expresiilor

$$\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} - 2}{\sqrt{x+2} \pm \sqrt{x-2} - \sqrt{x-1} - 1}$$

pentru $x = 2$ (fără regula lui HOSPITAL).

C. I. Ţ.

XI. 1052. Să se afle limita expresiei

$$y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{pentru } x = \frac{\pi}{3}.$$

N. N. A.

XI. 1053. Să se afle limita expresiei

$$y = [\cos(ax^2 + bx)]^{\frac{1}{\sin^2(px^2 - qx)}}$$

când $x \to 0$.

V. C.

XI. 1054. Să se rezolve inegalitatea

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 13x - 10}{x^2 + x - 12} > 0.$$

H. D.

XI. 1055. Se dă ecuaţia:

$$x^3 + 2x^2 - x - 4 = 0,$$

ale cărei rădăcini sunt x_1, x_2, x_3.

Să se arate că expresia:

$$\frac{x_1}{x_2 + x_3} + \frac{x_2}{x_3 + x_1} + \frac{x_3}{x_1 + x_2}$$

este egală cu zero. Reciproca.

C. C.

XI. 1056. Să se discute ecuaţia de gradul al 4-lea, la care ştim că derivatele sale de ordinul 1, 2 şi 3 au respectiv rădăcinile 1, 2 şi 3.

I. I. S.

XI. 1057. Să se discute natura rădăcinilor ecuaţiei

$$x^3 - \lambda x^2 - 4\lambda = 0.$$

E. M.

XI. 1058. Să se discute ecuaţia

$$14x^4 + 4(2\alpha + 1)x^3 + 4\alpha x^2 + 2(1 - \alpha)x + (1 - \alpha) = 0,$$

când parametrul α variază dela $-\infty$ la $+\infty$.

E. V.

XI. 1059. Se dă o sferă cu centrul O şi cu raza R. Fie (C) cercul de bază a unei calote din această sferă, care are polul P.

Să se formeze ecuaţia care dă înălţimea calotei ştiind că *aria* cercului (C) este medie geometrică între *aria* calotei şi *aria laterală* a conului ce are cercul (C) ca bază şi punctul diametral opus lui P, ca vârf.

Să se determine raportul dintre înălţimea calotei şi raza sferei, cu două zecimale exacte.

G. D. S.

XI. 1060. Se dă un dreptunghiu ABCD având lungimea $\overline{BC} = l$ şi înălţimea $\overline{BA} = m$. Pe $\overline{AD}$ se ia un segment $\overline{AM} = a$ şi din centrul M cu raza $\overline{AM} = a$ se descrie cercul (M). Să se determine pe latura $\overline{CB}$ un segment $\overline{CN} = x$ în aşa fel în cât cercul de centru N şi raza x să fie tangent cercului (M). Să se determine apoi a în aşa fel în cât aria rămasă din aria dreptunghiului în afara cercurilor să fie cea mai mare posibilă.

O. N. Ţ.

Exerciţii generale. *Exerc. 931.* Pe un cerc O luăm punctele B, C şi de aceeaşi parte a coardei BC, mai luăm pe cerc, punctele A_1 şi A_2. Fie H_1 şi H_2 ortocentrele triunghiurilor A_1BC şi A_2BC. Să se arate că $A_1A_2H_2H_1$ este un paralelogram.

E. A. DODU.

E. G. 932. Fie AB coarda comună a cercurilor O şi O'. Se duc tangentele BT, BT' în B la O şi la O'. Bisectoarea unghiului TBT' întâlneşte pe O în C şi pe O' în D. Să se arate că AB este una din bisectoarele unghiului dreptelor AC şi AD.

GH. B.

E. G. 933. Un trapez isoscel ABCD ($\overline{AD}$ baza mică) este astfel construit încât cercurile cu centrele M şi N construite respectiv pe bazele $\overline{BC}$ şi $\overline{AD}$ ca diametre sunt tangente. Tangentele comune exterioare ale cercurilor (M) şi (N) se întâlnesc în punctul I, aşezat la distanţa d de tangenta comună interioară, a cărei lungime, mărginită la tangentele exterioare este 2 m. Să se afle perimetrul şi aria trapezului ABCD.

Aplicaţie: $m = 13$ cm , $d = 84$ cm.

O. N. Ţ.

E. G. 934. Perpendicularele ridicate pe ipotenuza triunghiului dreptunghiu ABC, în punctele B şi C, întâlneşte catetele AC şi AB, respectiv în D şi E. Să se arate că:

1^0. $\qquad \overline{BD} \times \overline{CE} = \overline{BC}^2.$

2^0. Aria trapezului BCED este dată de relaţia:

$$S = \frac{\overline{BC}^4}{2\,\overline{AB} \cdot \overline{AC}}.$$

E. M.

E. G. 935. Să se arate că expresia

$$E = (a^3 + b^3 + c^3)(\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3) + 3(a^2b + b^2c + c^2a)(\alpha^2\beta + \beta^2\gamma + \gamma^2\alpha)$$
$$+ 3(ab^2 + bc^2 + ca^2)(\alpha\beta^2 + \beta\gamma^2 + \gamma\alpha^2) + 18\,abc\,\alpha\beta\gamma$$

se poate pune sub forma unei sume de trei cuburi.

M. I. A.

E. G. 936. In triunghiul dreptunghic în A, având unghiul $B = \frac{\pi}{8}$, avem relaţia

$$\overline{BC}^2 \cdot \overline{AB} + 4\,\overline{AC}^3 = 3\,\overline{BC}^2 \cdot \overline{AC}.$$

C. I. Ţ.

E. G. 937. Dacă I, I_a, I_b, I_c sunt centrele cercurilor: înscris și exînscrise unui triunghiu, avem relația

$$\sum \frac{\overline{II_a}}{I_bI_c} \cdot \frac{\overline{II_b}}{I_cI_a} = 1.$$

IOAN GH. FĂCĂOARU.

E. G. 938. Să se rezolve ecuația

$$\frac{1-2\cos 2a}{1+2\cos 2a} + \operatorname{tg}(x+a)\operatorname{tg}(x-a) = 0.$$

GHEORGHE I. CONSTANTINESCU.

E. G. 939. Seria cu termenul general

$$u_n = a^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}}$$

este convergentă dacă $a < \frac{1}{e}$ și divergentă dacă $a \geqq \frac{1}{e}$.

AUREL D. MOROIANU.

E. G. 940. Să se calculeze integrala nedefinită

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x} \pm \sqrt{1-x}}.$$

SILVIU A. TELEMAN.

Aritmetică și teoria numerelor. *Exerc. 31.* Să se găsească patratele perfecte de forma *abcdac*, unde *ab* și *ac* sunt consecutive, iar $2ac = cd$.

N. N. A.

A. 32. Să se găsească cel mai mic număr, care este patratul sau cubul numărului divizorilor săi.

PETRE P. TEODORESCU.

A. 33. Se consideră numărul $N = 11^{12} - 1$.

a) Să se demonstreze că numărul N este divizibil cu numerele prime 13, 5, 7, fără a-l descompune în factori.

b) Să se arate că numărul N are 1920 divizori.

c) Să se găsească numărul S, care dă suma tutulor divizorilor lui N.

d) Să se găsească numărul divizorilor lui S.

O. N. Ţ.

A. 34. Să se găsească cel mai mic multiplu al numerelor

693 ; 858 ; 777 ; 1333332

care să aibă 10080 divizori.

O. N. Ţ.

A. 35. Polinomul $2x^2 + 11$ dă pentru anumite valori ale lui x (care pot fi presupuse toate întregi pozitive) un şir de numere prime.

Să se demonstreze, că pentru fiecare număr prim obţinut, polinomul considerat dă o infinitate de multipli ai acestui număr prim. Să se deducă apoi un procedeu de eliminare, din şirul natural al numerelor întregi, a valorilor lui x, pentru care polinomul considerat dă numere neprime.

O. N. Ţ.

A. 36. Să se rezolve congruenţa

$$47x \equiv 5 \pmod{101}$$

O. N. Ţ.

A. 37. Să se rezolve congruenţa

$$1111x \equiv 127 \pmod{1260}.$$

O. N. Ţ.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

CĂTRE CORESPONDENȚII ȘI ABONAȚII NOȘTRI

Reforma învățământului de toate gradele, inițiată de Partidul Muncitoresc Român și realizată de guvern deschide porțile școlilor, instituțiilor de învățământ de toate gradele, maselor largi populare și astfel cultura devine un bun al întregului popor. Aplicarea reformei învățământului la începutul anului școlar 1948 — 1949 se caracterizează printr'o îmbinare armonioasă între teorie și practică punând o teorie temeinică bazată pe științele exacte în slujba practicei. Crearea de școli și institute corespunzătoare pentru pregătirea de specialiști în toate ramurile de activitate productivă a corespuns unei necesități imperioase. In programele de învățământ stabilite se dă întâetatea științelor spre a îndruma judecata tineretului înspre metodele de gândire rațională pe cari le dau disciplina științelor matematice.

Societatea „GAZETA MATEMATICĂ" spre a se încadra cât mai adecuat noului program al învățământului va da diverselor rubrici ale publicațiilor sale un cadru real corespunzător cerințelor ivite prin reforma învățământului și progresele științelor matematice. Vom insista deasemenea asupra metodei de predare a matematicilor deosebit de importante în acest moment de restructurare a învățământului nostru, inspirându-ne din marea experiență a învățământului și a tradiției școlii matematice din U. R. S. S.

Totodată dorind să punem la îndemâna tuturor revistele editate pentru stimularea învățământului Matematicilor în Republica Populară Română, reducem abonamentele anuale dela 800 lei și resp. 360 lei la:

400 lei pentru „GAZETA MATEMATICĂ"

200 lei pentru „SUPLIMENTUL CU EXERCIȚII"

Abonații la „GAZETA MATEMATICĂ" care începând dela 1 Septembrie 1948 au plătit vechile abonamente vor primi gratuit la cerere un volum jubilar sau un volum vechiu din „GAZETA MATEMATICĂ", iar abonații la „SUPLIMENTUL CU EXERCIȚII" un volum jubilar sau un volum vechiu din supliment.

Cu acest prilej, facem apel către toți corespondenții și colaboratorii „GAZETEI MATEMATICE", elevi, studenți și profesori iubitori ai științelor matematice, să caute a răspândi în cercul lor „GAZETA MATEMATICĂ" și „SUPLIMENTUL CU EXERCIȚII" pentru împlinirea imperativului de planificare a vieții noastre economice și formarea de cadre de specialiști pe care le impune construcția socialismului la noi în țară.

DELEGAȚIA SOCIETĂȚII „GAZETA MATEMATICĂ"

Academician Prof.-Ing. N. Profiri, Prof.-Univ. V. Novacu,
Ing. Gr. Zapan.

INSTRUCȚIUNI

Pentru redactarea și trimiterea soluțiunilor exercițiilor publicate în *Gazeta Matematică Supliment cu exerciții* se vor avea în vedere *Instrucțiunile* publicate în primele două numere.

Abonamentul anual la Suplimentul cu Exerciții este de 200 Lei și se poate trimite pe adresa: Casa „Gazeta Matematică", Calea Griviței 158 București, prin mandat poștal sau cont CEC Nr. 26.220.

Elevii claselor IX, X și XI, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității rezolvând și probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca Societății „Gazeta Matematică" au apărut și se găsesc următoarele:

IV. **A. G. Ioachimescu,** *Culegere de Probleme de Mecanică.* Ediția a III-a. Revăzută și adăugită de *Gabriela Țițeica* . . . . . Lei 270

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 90

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 450

XIX. **V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Trigonometrie.* Partea III-a (Trigonometrie sferică). Revăzută și adăogită de G-ralul **Gh. I. Liteanu.** Lei 130

XX. **I. I. Chițulescu,** *Culegere de probleme de Geometrie Descriptivă.* Partea I . . . . . Lei 160

XXI. **M. Ghermănescu,** *Trigonometria plană și sferică cu aplicații la Artilerie, Analitică, Mecanică, Topografie, Astronomie, etc.* . . . Lei 450

XXII. **G. Țițeica,** *Culegere de Probleme de analitică.* Ediția II. Partea II adăogită de **N. G. Botea** și **C. Ionescu-Bujor** . . . . . Lei 230

XXIII. **Gazeta Matematică** 1895—1945 (Decada 5-a Istoric), învățăminte. Volum jubilar (288 pag.) . . . . . Lei 90

XXIV. **A. G. Ioachimescu,** *Mecanică rațională,* Curs predat la Școala Politehnică din București, revăzut și adăugit după îndrumările autorului, de *Gabriela Țițeica* și *Al. Stoenescu* . . . . . Lei 1.000

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

I. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile I — VI de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . . . . Lei 300

II. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile VII—IX de Aritmetică și Cartea X a Iraționalelor), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 360

III. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile XI—XIII de Geometrie în spațiu; Cartea XIV a lui HYPSICLE și Cartea XV apocrifă), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 180

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE"
(Tipărită din fondul Anghel Saligny)

I. **Ion Ionescu,** *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcțiune și a principiilor de calcul.* (Ediția II-a) . . . . . Lei 90

Biblioteca Matematică „GEORGE ȚIȚEICA"

I. **Ion Ionescu,** *Maxime și minime geometrice* . . . . . Lei 230

Pentru volumele din Colecția și Biblioteca „Gazeta Matematică" de trimis în provincie se va plăti anticipat un plus de 15% din preț pentru taxele de expediție.

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul începe dela 15 Septembrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an. Abonamentul costă . . Lei 400

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALA — C. 14.777

LICEUL „GH. LAZĂR" - SIBIU
Bibliotecă Profesori
No. 1925

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 8 1 MAI 1949

9694

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 7-3803

LUPTA POPOARELOR PENTRU PACE ŞI CULTURĂ

ŞI CONGRESUL DELA PARIS

In ziua de 20 Aprilie crt. s'a deschis la Paris, cu o secțiune la Praga, Congresul mondial al partizanilor păcii.

S'au creat comitete ale partizanilor păcii în treizeci de țări. Iau parte ca delegați la Congres personalități cu faimă universală: savanți, scriitori, artiști, conducători de organizații sociale, culturale, etc.

In fața noilor uneltiri ale imperialismului agresiv, popoarele din lumea întreagă răspund energic prin întărirea luptei pentru pace, libertate, cultură și progres. Pacea este dorința unanimă a muncitorimii și intelectualității progresiste din întreaga lume, fiindcă numai în condiții de pace se poate ridica nivelul material și cultural al popoarelor, numai în condiții de pace se poate asigura progresul.

Trebue susținută mereu lupta contra provocatorilor la război, care în tendința lor de expansiune nu țin seama de nici o normă morală. In toate țările milioane de voci cer stabilirea unei păci trainice, lupta contra blocurilor militare agresive este din ce în ce mai activă, mișcarea pentru pace strânge toate popoarele lumii.

Pentru marea luptă de apărare a civilizației, Congresul dela Paris și Praga este o demonstrație de amploare a tăriei forțelor păcii.

Societatea *Gazeta Matematică* salută Congresul Partizanilor Păcii, expresie mondială a forțelor de luptă pentru pace și progres și își însușește întru totul hotărîrile Congresului.

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ.

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 8 — 1 MAI 1949

ABONAMENTUL LEI 200 PE AN (9 numere)

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa: ING. C. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE [1]

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1092. Două cercuri secante sunt astfel încât coarda lor comună* AB *este latură comună pentru două triunghiuri echilaterale înscrise în cele două cercuri.*

Să se arate cum se pot construi două astfel de cercuri.

Prin punctul A *se duce o secantă arbitrară, care taie cele două cercuri în alte două puncte* C, D.

Să se demonstreze că triunghiul BCD *este echilateral.*

C. C.

Generalizare dată de d-l CLAUDIU C. IONESCU-BUJOR.

Fie O_1, O_2 *două cercuri secante;* A, *unul din punctele lor comune;* AB_1 *şi* AB_2 *laturi a două triunghiuri echilaterale, înscrise separat în cercurile* O_1, O_2. *O secantă dusă prin* A *taie cercurile* O_1, O_2 *respectiv în* C *şi* D. *Dreptele* CB_1, DB_2 *se taie în* B. *Triunghiul* BCD *este echilateral.*

Intr'adevăr arcele AB_1 şi AB_2 au fiecare câte 120^0, deci unghiurile din C şi D ale triunghiului BCD au câte 60^0.

VIII. 1095. Prin vârfurile A, B *ale pătratului* ABCD, *de latură* l *ducem două drepte, care fac unghiuri de* 60^0 *cu latura* AB; *aceste drepte se taie în* E *şi taie pe* DC *în* F *şi* G. *Să se afle aria triunghiului* EFG.

N. M.

Soluţie. Presupunem că dreptele AE, BE sunt exterioare patratului. Paralela din A la BE taie pe DC în H. Triunghiul AFH este echilateral. Latura lui este

$$\overline{FH} = \overline{FG} - \overline{AB} = a - l$$

1) In această rubrică publicăm numai schiţe de soluţii.

însemnând cu a latura triunghiului echilateral EFG. Înălțimea triunghiului AFH este

$$l = \overline{AD} = \overline{FH}\frac{\sqrt{3}}{2} = (a-l)\frac{\sqrt{3}}{2}$$

deci

$$a = \frac{l(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}.$$

Se obține acuma, ușor, aria

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{l^2(7\sqrt{3}+12)}{12} \cong 2{,}01\ l^2.$$

Dacă am fi dus dreptele AE, BE interior, obțineam, analog

$$a' = \frac{l(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} \quad \text{și} \quad S' = \frac{l^2(7\sqrt{3}-12)}{12} \cong 0{,}01\ l^2.$$

VIII. 1097. Fie:

$$E_1 = (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2 - 2(b-c)^2$$
$$E_2 = (a+b+c)^2 + (a-b-c)^2 - 2(b+c)^2$$

să se arate că

$$E_1 = E_2.$$

E. M.

Soluție. Expresiile E_1 și E_2 diferă numai prin semnul lui b. Pentruca ele să fie egăle trebue ca într'una din ele termenii ab și bc să se reducă, ceea ce se verifică imediat.

VIII. 1102. Să se verifice egalitățile

$$(x+y)^3 + 3z(x+y)(x+y+z) + z^3$$
$$= (x+z)^3 + 3y(x+z)(x+y+z) + y^3$$
$$= (y+z)^3 + 3x(y+z)(x+y+z) + x^3$$

H. D.

Soluție. In baza identității

$$(u+v)^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v),$$

pentru $u = x+y$, $v = z$, prima parte a egalității devine

$$(x+y+z)^3.$$

Rezultatul fiind simetric, celelalte expresii au aceeași valoare.

VIII. 1103. Fie

$$E_1 = x^4 - 4x^3(x-y) + 6x^2(x-y)^2 - 4x(x-y)^3 + (x-y)^4$$

$$E_2 = x^4 - 4x^3(x+y)^3 + 6x^2(x+y)^2 - 4x^3(x+y) + (x+y)^4.$$

Să se arate că

$$E_1 = E_2 = y^4.$$

E. M.

Soluție. Folosim relația

$$(u-v)^4 = u^4 - 4u^3v + 6u^2v^2 - 4uv^3 + v^4,$$

pentru

$$u = x \quad , \quad v = x - y \quad \text{sau} \quad v = x + y.$$

VIII. 1104. Să se arate că avem identitatea

$$\Sigma(b-c)(a+c-b)(a+b-c) = -4(a-b)(b-c)(c-a).$$

V. C.

Soluția I-a, dată de d-l KOSTAKE TELEMAN: Prima parte a identității este omogenă, de gradul trei și simetrică în raport cu a, b, c; pentru $a = b$ ea se anulează, deci se divide cu $a-b$, deci și cu $b-c$ și $c-a$. Valoarea ei va fi de forma

$$E = k(a-b)(b-c)(c-a),$$

unde k este un coeficient, pe care-l determinăm punând

$$a = 0 \quad , \quad b = 1 \quad , \quad c = 2.$$

Soluția a II-a dată de d-l CLAUDIU C. IONESCU-BUJOR: Prima parte a identității se poate scrie

$$\Sigma(b-c)[a^2 - (b-c)^2] = \Sigma a^2(b-c) - \Sigma(b-c)^3.$$

Ținem acum seamă că [1]

$$\Sigma a^2(b-c) = -(a-b)(b-c)(c-a), \quad \Sigma(b-c)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a).$$

---

1). A doua identitate rezultă din propoziția: dacă $\alpha + \beta + \gamma = 0$ atunci $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$.

VIII. 1105. Să se arate că avem identitatea

$$\Sigma a^2 (b^2-c^2) (b^2+c^2+ab+ac) = (a+b+c)^2 (a-b) (b-c) (c-a).$$

V. C.

Soluție dată de d-l KOSTAKE A. TELEMAN: Prima parte a identității este un polinom omogen de gradul V, simetric în raport cu a, b, c. Ea se anulează pentru $a = b$, sau $a = -(b + c)$. Va fi atunci de forma

$$E = p (a - b) (b - c) (c - a) (a + b + c);$$

p trebue să fie un polinom omogen, simetric, de gradul întâi; deci $p = k (a + b + c)$. Pentru valori numerice atribuite literelor a, b, c de ex.: $a = 2$, $b = 1$, $c = 0$ obținem și coeficientul k.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1121. Să se arate că dacă ecuația*

$$x^2 + px + q = 0$$

are rădăcini reale, avem

$$1 + p^2 + 9q^2 \geqslant 10q.$$

C. I. Ț.

Soluție. Avem

$$1 + p^2 + 9q^2 - 10q = (1 - 3q)^2 + p^2 - 4q \geqslant 0.$$

IX. 1126. Să se arate că ecuațiile:

$$x^2 - (a+b) x + a^2 + b^2 = 0 \quad , \quad x^2 - (a+b+c) x + a^2 + b^2 + c^2 = 0$$

au totdeauna rădăcinile imaginare, oricare ar fi numerele reale a, b, c.

C. C.

Soluție. Insemnând cu D_1 și D_2 discriminanții celor două ecuații, avem

$$D_1 = (a+b)^2 - 4 (a^2 + b^2) = -(a-b)^2 - 2 (a^2 + b^2)$$

$$D_2 = (a+b+c)^2 - 4 (a^2 + b^2 + c^2) = -\Sigma (a-b)^2 - \Sigma a^2$$

deci sunt totdeauna negativi.

Clasa a X-a. *Exerc. 1084. Să se simplifice fracția*

$$\frac{\sin\alpha + \sin 5\alpha + \sin 9\alpha + \sin 13\alpha}{\cos\alpha + \cos 5\alpha + \cos 9\alpha + \cos 13\alpha}.$$

V. C.

Generalizare dată de d-ra LUCIA PETCU. Fie de simplificat, fracția

$$E = \frac{\sin m\alpha + \sin(m+n)\alpha + \sin(m+2n)\alpha + \sin(m+3n)\alpha}{\cos m\alpha + \cos(m+n)\alpha + \cos(m+2n)\alpha + \cos(m+3n)\alpha}.$$

Grupăm termenii egal depărtați de extremi și transformăm în produse

$$E = \frac{2\sin\left(m+\frac{3n}{2}\right)\alpha\cos\frac{3n}{2}\alpha + 2\sin\left(m+\frac{3n}{2}\right)\alpha\cos\frac{n}{2}\alpha}{2\cos\left(m+\frac{3n}{2}\right)\alpha\cos\frac{3n}{2}\alpha + 2\cos\left(m+\frac{3n}{2}\right)\alpha\cos\frac{n}{2}\alpha};$$

dăm factori comuni și simplificăm cu factorul

$$\cos\frac{3n}{2}\alpha + \cos\frac{n}{2}\alpha; \quad \text{obținem} \quad E = \operatorname{tg}\left(m+\frac{3n}{2}\right)\alpha.$$

In cazul enunțului, $m = 1$, $n = 4$ deci $E = \operatorname{tg} 7\alpha$.

A doua generalizare dată de d-l ARISTIDE DELEANU. Se știe că

$$\sum_{k=0}^{n-1}\sin(a+kh) = \frac{\sin\left(a+\frac{n-1}{2}h\right)\sin\frac{nh}{2}}{\sin\frac{h}{2}}$$

$$\sum_{k=0}^{n-1}\cos(a+kh) = \frac{\cos\left(a+\frac{n-1}{2}h\right)\sin\frac{nh}{2}}{\sin\frac{h}{2}}$$

deci

$$\frac{\sum_{k=0}^{n-1}\sin(a+kh)}{\sum_{k=0}^{n-1}\cos(a+kh)} = \operatorname{tg}\left(a+\frac{n-1}{2}h\right).$$

Pentru $h=4a$, $n=4$ obținem ex. dat. Pentru $a=m\alpha$, $k=n\alpha$, $n=4$ regăsim generalizarea întâia.

X. 1088. Să se verifice că

$$C_n^p + C_n^{p+1} + C_{n+2}^{p+1} + C_{n+1}^{p+2} = C_{n+3}^{p+2}.$$

N. M.

Soluție. Avem succesiv

$$C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1} \; ; \; C_{n+1}^{p+1} + C_{n+1}^{p+2} = C_{n+2}^{p+2} \; ; \; C_{n+2}^{p+1} + C_{n+2}^{p+2} = C_{n+3}^{p+2}.$$

Clasa a XI-a. *Exerc. 1001. Să se calculeze determinantul*

$$\Delta = \begin{vmatrix} yz & zx & xy \\ x(y+z) & y(z+x) & z(x+y) \\ (y+z)^2 & (z+x)^2 & (x+y)^2 \end{vmatrix}.$$

V. C.

Soluție[1]. Adunăm linia a doua la prima și pe a treia la a doua; obținem factorii

$$xy + yz + zx \quad \text{și} \quad x + y + z.$$

Rămâne determinantul VANDERMONDE al expresiilor

$$x + y \; , \; y + z \; , \; z + x$$

egal cu determinantul de același gen, al literelor x, y, z, cu semn schimbat. Deci

$$\Delta = -(x-y)(y-z)(z-x)(x+y+z)(xy+yz+zx).$$

Soluția a doua. Δ este o expresie simetrică și omogenă în x, y, z, de gradul 6; Δ este nul pentru $x = y$, având, în acest caz, primele două coloane egale; deci se divide cu $x - y$ și expresiile analoage, deci cu produsul lor. se anulează de asemenea, pentru $x = -(y+z)$, căci ultimele două linii devin egale. Pe de altă parte, adunând linia a doua la prima recunoaștem ușor și factorul ultim din expresia dată mai sus a lui Δ. Coeficientul numeric, rămas se determină pentru o valoare particulară, de ex. $x = 0$, $y = 1$, $z = 2$.

---

1) Redactată după soluția d-lui VALENTIN ISTODOR.

Până la 5 Aprilie 1949, am primit soluții bune la exercițiile propuse în numerele 4, 5 și 6, vol. XV, dela [1]:

Liceul teoretic mixt, Alexandria.

Clasa a VIII-a: DICESCU GH. MATILDA (VIII: 1111, 2).
Clasa a X-a: LĂZĂRESCU P. ILIE (X: 1091, 6, XI: 1023, 6, 8).

Liceul teoretic de băieți, Arad.

Clasa a XI-a: PERNEVAN I. STELIAN (XI: 1024).

Școala medie metalurgică, Arad.

Clasa a X-a: MĂRCUȚ I. IOSIF (X: 1091, 2, 7, 100, 1 ,2, 3, 4, 13, XI: 1036, 44).

Școala medie tehnică textilă, Arad.

Clasa a VIII-a: TOMUȘ E. EMIL (VIII: 1112).

Școala medie tehnică industrială, Arad.

Clasa a XI-a: TAȘCĂ DUMITRU (XI: 1023, 6, 36).

Liceul de băieți, Bacău.

Clasa a X-a: NICA ALEX. (X: 1099, 100, 2, 13, 4, 7).

Liceul mixt, Beiuș.

Clasa a VIII-a: COPIL C. CONSTANTIN (VIII: 1123, 4, 31, 4); GABOR I. NICOLAE (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 31, X: 1100, E. G.: 902); KISS M. MIHAI (VIII: 1111, 2, 3*, 4, 5, 7, 8, 9, 22, 3, 4, 5, 6, IX: 1131, X: 1100, 10, E. G.: 902); STOIȚA P. ȘTEFAN (VIII: 1111, 2, 3, 4, 8, 22, 3, 31, X: 1100, 10).
Clasa a X-a: FÂNTÂNARU N. NICOLAE (X: 1102, 3*, 4*, 9, 10*; HERLO I. IOAN (X: 1102, 5, 12, 3, 6, 7, E. G.: 921, 9).

Liceul „Orfelinat", Bistrița-Vâlcea.

Clasa a VI-a: GOLOGAN O. PARASCHIV (VII: 379, VIII: 1131).
Clasa a VII-a: GOGÂȚĂ D. ION (VIII: 1111).
Clasa a VIII-a: BĂLUȚEANU I. EUGENIA (VIII: 1112, 25); BORNAZ N. CALIOPI (VIII: 1111, 22); ENĂCHESCU A. ADINA (VIII: 1111, 2, 7, 8, 23, 5, X: 1100); NĂSTASE I. LUCIA (VIII: 1111, 25, 31); POPESCU N. ALEXANDRINA (VIII: 1111, 22, 3, 31).

Liceul de fete, Brăila.

Clasa a VIII-a: CONDRUȚ I. MARIA (VIII: 1123, 31, 2, 5, 40).

---

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu foarte bine rezolvat și foarte îngrijit redactat.

Liceul teoretic de băieți, Brăila.

Clasa a VIII-a : DECU D. I. (VIII: 1121, 3, 4, 31).

Clasa a X-a : BOCU C. MIRCEA (X: 1099, 100).

Clasa a XI-a : MOROIANU D. AUREL (XI: 1022, 31*, 2, 7*, 42*, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8, 9, E. G.: 904*, 8*, 10*, 1*, 2*, 4*, A: 16, 8*, 20, 1*, 2, 4, 30); RĂDULESCU A. TRAIAN (XI: 1023, 4, 6, 7, 30*, E. G.: 909, 9).

Liceul teoretic de fete Nr. 1, București.

Clasa a VI-a : HALISKI C. ANCA (VI: 10*, 2).

Clasa a VII-a : MEHEDINCU SANDA (VII: 373*, 4, 5*).

Clasa a VIII-a : TUDOROIU M. VALI (VIII: 1111, 2, 3*, 7, 8*, 9, 20, E. G.: 902).

Clasa a IX-a : STĂNESCU V. LUCIA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 7, 41*, 2).

Clasa a X-a : CRISTESCU I. SMARANDA (X: 1094, 6, 7, 8); KREINDER O. ELENA (X: 1092*, 3*, 4, 6, 7, 9, 100).

Liceul teoretic de fete Nr. 2, București.

Clasa a VII-a : BUCURESCU I. MARIANA (VII: 373*, 4, 6, 80).

Liceul teoretic de fete Nr. 3, București.

Clasa a VIII-a : GEORGESCU M. MARIA (VIII: 1122, 6*); VIOIU M. VIRGINIA (VIII: 1111, 2, 7).

Liceul teoretic de fete Nr. 5, București.

Clasa a VII-a : COSTIN AL. GABRIELA (VII: 373*, 4, 5).

Liceul teoretic de fete Nr. 6, București.

Clasa a IX-a : BURADESCU T. GABRIELA (IX: 1132, 3, 4).

Liceul teoretic de fete Nr. 9, București

Clasa a VIII-a : BUZENCHI C. JOSETTE (VIII: 1111, 2, 4*, 5, 6*, 7, 8*, 9, 20, 3*, 4, 9, 35).

Liceul teoretic de fete Nr. 12, București.

Clasa a VIII-a : ELIAN I. MIHAELA (VIII: 1125, 31, 4*, 40, X: 1117*); LATTER A. GHERDA (VIII: 1112, 3, 4, 8*, 29).

Clasa a X-a : GABROVEANU I. SANDA (X: 1093*, 6, 100, 2*, 3*, 9).

Clasa a XI-a : NICOLESCU LILI (XI: 1025*, 33, 43*, 4, 5*, 8*, 50*)

Școala elementară de fete Nr. 25, București.

Clasa a V-a : RAICU I. CRISTINA (VII: 376).

Școala elementară de fete, Băneasa-București.

Clasa a V-a : AVRAM MARIA (VI: 16, VII: 380); CONSTANTINESCU O. MARIANA (VII: 380); CUCU CORNELIA (VII: 380); DAVID A. ANA (VII: 380); DUMITRESCU V. DORINA (VI: 18*); GEORGESCU E. ILEANA (VII: 380); GHEORGHE M. VASILICA (VI: 16, VII: 380); MIREA T. VIORICA (VII: 380); NIȚĂ I. IOANA (VI: 16, VII: 380); POENĂREANU P. ELENA (VII: 380); POPESCU I. FLORICA (VII: 380).

Clasa a VI-a : OLARU V. GABRIELA (VII: 379); RADU M. ELENA (VII: 374, 9, 80).

Clasa a VII-a : DOBRICĂ M. MELANIA (VII: 380); DUMITRESCU GR. VIRGINIA (VII: 375, 6, 9*, VIII: 1131).

Liceul teoretic de băieți Nr. 1, București.

Clasa a X-a : IANCULESCU R. GH. (X: 1101, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1021*, 5*, 30*, 40, E. G.: 911*, 2*, 3, 5*, 6, 7, 8*, 9, A: 21*, 2, 4, 5).

Clasa a XI-a : ȚOPA I. NICOLAE (XI: 1024, 5, 6, 7, 8, 9, 30, E. G.: 902, 3*, 4*, 5, 6, 8*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 2, București.

Clasa a VIII-a : BEDROSIAN C. BEDROS (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9*, X: 1098, 100, E. G.: 902*, 3*, 5*, 6*, 7, 9); BERCOVICI GEORGE (VIII: 1103, 17, 22, 4, 5, 6, 31, 5); BERGHER E. EUGEN (VIII: 1120, 1, 3); DUDCOWSKY I. PETRE (VIII: 1112, 5, 9, 25, 34); FRĂSIN C. RADU (VIII: 1113, 5, 8, 20, 4, 6, 31, IX: 1131, 41, 59, X: 1110, A: 29); GHIȚĂ E. ION (VIII: 1111, 5, 7, 22, 3, 4, 31, 5, X: 1100); IANCU M. LEON (VIII: 1113, 4, 6, 20, 2, 3, 5, 6, IX: 1135, 6, 8, 9, 41, X: 1098, E. G.: 902*, 3*, 5, 6*, 9); ILIESCU ALEX. (VIII: 1111, 2, 7, 8, 9, 20, IX: 1131, 2, 3, X: 1100, E. G.: 902*); IOSUB MUNDI (VIII: 1111, 31); JUSTER M. DAN (VIII: 1118*, 20, 3, 5, IX: 1132, 3, 4, 6, 7, 8*, 9*, 41, X: 1100*, E. G.: 905*, 6*, 19*); LUMÂNARE V. FLOREA (VIII: 1112, 8*, 9, 20, IX: 1131, 2, 3, 5, 6, 8*, 9*, X: 1098, 100, E. G.: 901*, 2*, 3*, 4*, 9); NUSSEM DAN (VIII: 1111, 2, 5, 7, 9, 20, IX: 1132, 3, 4, X: 1100); PIRAM S. MAURICIU (VIII: 1114, 5, IX: 1132, 3, 4, 5, X: 1098, 100, E. G.: 902*, 9); ROITMAN N. ILY (VIII: 1116*, 20, 7, 9, 31, 2*, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8, 9, 40*, IX: 1135, 6*, 7*, 8*, 9*, 45*, 51, 2, 3, 5*, 6*, X: 1097*, 8, 110, XI: 1028, 31*, 2, 9, 40, E. G.: 901*, 2,* 3*, 5*, 6*, 9, 13, 7, 9*, A: 16, 7*, 8*, 22, 7, 9, 30); ZAIDMAN D. SAMI (VIII: 1116*, 31, 2*, 3, 4, 5, 7, IX: 1136, 7, 43*, 4*, 5, 6, 53, X: 1097, 8, 106, XI: 1031, 3, 47, E. G.: 901, 3*, 4*, 6, 9, 11, 6, 7, 9*, A: 17, 8, 30).

Clasa a X-a : GRAMA N. NICOLAE (X: 1091, 2, 3*, 4, 5*, 6, 7, 8, 9*, 100, E. G.: 901*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8*, 9*, 10*, A: 17*, 8*); LEIBOVICI A. ARMAND (X: 1102*, 7*, 9, 13, 4, 6, E. G.: 907, 9, 17); STOENESCU M. FLORIN (X: 1091, 2, 3, 6, 8, 102, 4).

Clasa a XI-a : GEORGIAN N. NICOLAE (XI: 1022, 8); LENZ N. FRIEDRICH (XI: 1021, 2, 3, 44, 7, 8, 50, E. G.: 907, 27).

Liceul teoretic de băieți Nr. 3, București.

Clasa a VII-a : CONSTANTINESCU I. ȘTEFAN (VII: 373, 5, 6, 9).

Clasa a VIII-a : IONESCU-BUJOR C. CLAUDIU (VIII: 1111*, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8*, 9, 20, IX: 1131*, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 8*, 9*, 40, X: 1091, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 100, XI: 1021, 2*, 30*, E. G.: 902*, 3*, 4*, 6, 7, 8*, 9, A: 16, 7*, 8*); POPA C. DAN (VIII: 1115, 7, 26, 31, 4, 5, IX: 1132, 3, 4); POPESCU V. DAN (VIII: 1111, 5, 7, 9, IX: 1132, 3, 4); VENDEL A. EUGEN (VIII: 1111, 5, 9, 26, 8, 31, 5, IX: 1132, 3).

Clasa a IX-a : ISTODOR C. VALENTIN (IX: 1131*, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9*, 40, X: 1091, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 100, XI: 1021, 2, 6, 7, E. G.: 902*, 3*, 6*, 9); ŞTEFAN V. SERGIU (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, X: 1098, E. G.: 902); ŞTEFĂNESCU D. VASILE (IX: 1132, 6, 41, 7); TOMESCU GH. MIRCEA (IX: 1135, 7*, 8*, 40, 1, 2, 7*, 8, X: 1091, 2, 3, 4*, 6*, 8, X: 1102*, 6*, XI: 1026, 7, E. G.: 902*, 3*, 6*, 7, 9); TULINESCU M. CORNEL (IX: 1131, 2, 3, 4, 6, 7, 9*).

Clasa a XI-a : NEDELCU M. MIHAIL (XI: 1023, 4, 8, 9, 31*, 6, 43*, E. G.: 902*, A: 17, 8, 29).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 4, Bucureşti.

Clasa a VIII-a : DOBRESCU M. ŞERBAN (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 20).

Clasa a X-a : BUNESCU T. VASILE (X: 1103*, 4*, 5, 7*, 9, E. G.: 905, 9, 19, A: 27, 9); POP M. ION (E. G.: 901, 2, 4, 8, 9); POPESCU C. NICOLAE (X: 1091, 2, 3*, 6*, 7*, 8, 9*, 100, E. G.: 901*, 7).

Clasa a XI-a : APOSTOLESCU I. VLASTAR (XI: 1024, 8, 9, 30*).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 5, Bucureşti.

Clasa a VI-a : CUCULESCU V. ION (VI: 10*, 1, 2*, VII: 373*, 4, 5*, VIII: 1111*, 2, 5,* 7, 8*, 9, 20, IX: 1131*, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9*, 40, X: 1092, 3*, 4*, 5* 6, 7, 8, 100*, XI: 1021, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 30, E. G.: 901*, 2*, 4*, 6*, 7).

Clasa a VIII-a : CHIRIŢĂ VASILE (VIII: 1111, 2, 3, 5, 7, 9, 20, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 31, 2*, 5, 9, IX: 1159, X: 1100, 10); MIHĂILESCU C. N. (VIII: 1115, 6, 7, XI: 1024).

Clasa a X-a : CĂPĂŢÂNĂ N. VASILE (X: 1091, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 100*, XI: 1022, 6, 7, 30, E. G.: 902*, 3*, 5, 6*, 8*); LOVIN C. MARTINIAN (X: 1091, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8*, 9*, 100*, XI: 1022, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, 30*, E. G.: 902*, 3*, 5*, 6*, 8*, 9*); NEACŞU GR. ION (X: 1091, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 100, XI: 1024, 6, 7, 30, E. G.: 902, 3, 4, 6, 7); SPINZI S. MAXIMILIAN (X: 1091, 2, 3*, 4, 5*, 6, 7, 8, 9*, 100, XI: 1026, 7, E. G.: 902, 3, 6, 8, 9); VASILE GH. TUDOR (X: 1091*, 5*, 8, 9*, XI: 1024, 6, 7, E. G.: 906, 8, 9).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 7, Bucureşti.

Clasa a VII-a : POPESCU M. CĂLIN (VII: 379*, 80, 1, VIII: 1138, 9, 40*, IX: 1139*, 44*, 58*, X: 1117*, 9*, E. G.: 913, A: 29*, 30).

Clasa a VIII-a : BĂCIOIU N. ADRIAN (VIII: 1111, 2, 7, 8, 9, IX: 1132, 3, 4, 5); CONSTANTINESCU I. OVIDIU (VIII: 1111, 3, 9, IX: 1139, X: 1100); DUMITRESCU V. ŞERBAN (VIII: 1113, 4, 5, 6, 21, 2, 3, IX: 1131, E. G.: 907); DUMITRESCU V. VLAD (VIII: 1112*, 3 4, 5*, 6, 20, IX: 1131, 3, 8, X: 1100, E. G.: 905*, 7); LAZAROVICI C. CRISTIAN (VIII: 1115, 8, 20, 5, IX: 1131, 41, 2*, X: 1099, E. G.: 902*, 5*, 6*); MICULESCU R. CAIUS (VIII: 1111, 2, 7, 8, 9, 22, 3, 4, IX: 1144); OANCEA V. GABRIEL (VIII: 1121, 6, 9, 32*, 7, IX: 1131, 8*, X: 1106, E. G.: 902*, 4*, 5, 6*); ŞERBĂNESCU ŞT. DINU (VIII: 1114, 20, 1, 2, 3, 4, 5, 6, IX: 1138*, 43, X: 1099*, 100, E. G.: 902*, 5, A: 29*, 30).

Clasa a IX-a : DUMITRESCU ŞT. MIRCEA (IX: 1132, 3, 4, 5, 7*, 9*); POENARU D. VALENTIN (IX: 1132, 3, 4, 5, 6, 40, X: 1092, 3, 7, 100, XI: 1023, 5, 6, 7, 30).

Clasa a X-a : DELEANU I. ARISTIDE (X: 1095*, 7, 8, 9*, XI: 1021, 2*, E. G.: 902*, 3, 6, 8, 9); MILICESCU ŞT. ŞTEFAN (X: 1092, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 101*, 2, 3*, 4*, 5, E. G.: 902*, 6); ŞERBĂNESCU N. GHEORGHE (X: 1095*, XI: 1021, 3, E. G.: 901*, 2*, 3*, 4*, 5, 8, 9); ZĂNESCU A. LIVIU (X: 1119*, XI: 1040, 7, E. G.: 911*, 21).

Clasa a XI-a : DUMITRESCU V. DAN (XI: 1023, 4, 5, 6, 7, 9, 30, E. G.: 905, 7, A: 16); POMPONIU GH. GHEORGHE (XI: 1021, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, 30, E. G.: 907, A: 16).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a XI-a : CORCIOVEI I. ARETIN (XI: 1032, 3*, 6, 7*, 8, 9, 40, E. G.: 911*, 2*, 3, 4*, 6, 7, 8*, 9, 20*, A: 21, 2, 4, 5).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 9, Bucureşti.

Clasa a X-a : BRĂTĂŞANU C. PAUL (X: 1092, 3, 6, 7, 100, XI: 1026, 7).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 10, Bucureşti.

Clasa a VIII-a : POPOVICI ŞT. DINU (VIII: 1111, 2, 5*, 7, 8, 9, 20, IX: 1131, 2, 3, 4, 5).

Clasa a XI-a : ALBINESCU V. CONSTANTIN (XI: 1024, 9); MUŞAT ŞT. IOAN (XI: 1021, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8*, 9, 30*, E. G.: 901*, 2*, 3*, 6*, 7, 9*, A: 16, 7*, 8*); NICOLAU D. CRISTIAN (XI: 1021, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 30, E. G.: 901*, 2*, 4*, 6*, 7, 9).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 12, Bucureşti.

Clasa a IX-a : BĂDESCU I. ALEXANDRU (IX: 1131, 2, 3, 4).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 13, Bucureşti.

Clasa a X-a : GHEORGHE Z. DUMITRU (X: 1112, 3, 4, 7*, 8*, E. G.: 916, 21, 2*).

Şcoala Pedagogică de băieţi Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VIII-a : ILIESCU M. APRILIAN (VIII: 1111, 7, 24, 31, X: 1100, 10).

Şcoala tehnică de construcţii civile, Bucureşti.

Clasa a IX-a : HUDIŢĂ I. HORIA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, X: 1098).

Şcoala tehnică pentru Industria Lemnului, Bucureşti.

Clasa a X-a : ŢURCANU D. CONSTANTIN (X: 1101*, 2, 3*, 4*, 5, 6, 8*, 9, 10, 2, 3, 4, 5*, 6, 7*, 8*, 9*, XI: 1031, 2, 3, 6, 8, 9, 40, 5, 6, 7, 8, E. G.: 905, 9, 13, 6, 7, 8*, 9*, 22*, A: 21, 2, 30).

Şcoala elementară de băieţi Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a VI-a : PAJETTA JEANNOT (VI: 16, 8).

Clasa a VII-a : IONESCU-BUJOR C. ODIN (VII: 376, VIII: 1111, 2, 7, 8, X: 1100, 23).

Şcoala elementară de băieţi Nr. 42, Bucureşti.

Clasa a VI-a : IONESCU C. GHEORGHE (VI: 14, VII: 376).

Particulari, București.

Clasa a VII-a : ZANCĂ M. FLCAREA (VII: 373, 5).

Clasa a VIII-a : CIULACU I. PARASCHIV (VIII: 1111, 2, 5, 7, IX: 1132, 3, 4, 5, 6); TELEMAN A. KOSTAKE (VIII: 1111*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 20*, IX: 1131*, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8*, 9*, 40*, X: 1091, 2, 3*, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 100*, XI: 1021*, 2*, 3, 4, 5*, 6, 7*, 8*, 9, 30, E. G.: 901*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9, A: 16, 7*, 8*, 20*).

Clasa a X-a : TELEMAN A. SILVIU (E. G.: 906*, 7, 8*, A: 18*, 20*).

Liceul teoretic de fete, Buzău.

Clasa a VIII-a : PAVLOV ST. IOLANDA (VIII: 1112, 7, 8).

Liceul teoretic de băieți Nr. 1, Buzău.

Clasa a V-a : CONSTANTINESCU I. PAUL (VI: 10*, 2*, 3*, VII: 374); VASILIU C. VASILE (VI: 10*, 9*, VII: 373*).

Clasa a VI-a : TEGĂNEANU C. CONSTANTIN (VI: 10*, 1, VII: 373*, 5, VIII: 1115).

Clasa a VII-a : CIORĂNIC I. ADRIAN (VII: 373).

Clasa a VIII-a : ULM I. PĂUȚEL (VIII: 1135, 7).

Clasa a IX-a : DUMITRESCU D. IOAN (IX: 1132, 3, 4, XI: 1023, 7, E. G.: 907); GURIȚĂ C. VASILE (IX: 1134, 40, X: 1101, E. G.: 902).

Clasa a X-a : AVRAM N. GH. (X: 1094, 5*, 7, 110, 2, 3, 4, 6, 8*, XI: 1039, 40, 3, E. G.: 902, 3*, 5, 8); MERIU C. GHEORGHE (X: 1091, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 100, 1*, 2, 3*, 4*, 6, 7*, 8*, 9, XI: 1023, 6, 7, 30, 40, E. G.: 902, 3*, 6, 7, 8, 19, A: 25); STOIAN N. DIMITRIE (X: 1092, 7, 8, 100, 2, 14, 6, 26, 31, E. G.: 907, 17).

Clasa XI-a : BUNEA C. I. (XI: 1024, 7, 8, 33, 6, 9, 40, E. G.: 902, 6, 7, 8); PURCEA V. MARIN (XI: 1022, 3, 6, 7, 8, 9, 30, 1, 3, 5, 8, 40, E. G.: 909); ZAMFIRESCU I. VASILE (XI: 1021, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 30, 1*, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 40, E. G.: 902, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9*, 13, 5*, 6, 7, 8*, A: 25, 30).

Particulari, Buzău.

Clasa a IX-a : CERNAT N. AUREL (IX: 1141, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8, 9, 50*, 1, 2, 3, 5, 7, 8*, 60*, X: 1098*, 101*, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, 2, 4, 6, 7*, 8*, 9*, 20*, XI: 1031*, 2*, 3*, 4*, 6*, 7*, 9, 40, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9*, 50*, E. G.: 904*, 12*, 3, 4*, 5*, 6, 7, 9, 21, 2*, 3*, 4*, 5*, 7).

Liceul de băieți din Călărași, Ialomița.

Clasa a IX-a : CARABOGDAN ION (IX: 1129, 39).

Clasaa X-a : GOICEA ION (X: 1097, 8, 9, 105, 13*, 4*, 5, 6, XI: 1026, 31, 49, E. G.: 907, A: 29); POPESCU I. GHEORGHE (X: 1098, 102, 3*, 4*, 10, 3, 4, 5, 6*, XI: 1031, 5, E. G.: 907, 9, A: 27, 9).

Clasa a XI-a : IONESCU N. NAPOLEON (XI: 1019, 26, 7, 8, 9, 31, 6*, 9, 40, 3*, 4, 7*, 8*, 9, E. G.: 902, 6*, A: 29, 30).

Liceul mixt, Câmpina.

Clasa a X-a : NICULESCU P. NICOLAE (X: 1096*, 7, 8, 9, 100, 6, 9*, **10**, E. G.: 902, 5).

Şcoala tehnică metalurgică, Câmpina.

Anul al II-lea : CIOCOIU VASILE (IX: 1132, 3, 4, 5); PETCU SANDA (IX: 1138, 58*).

Liceul de fete, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VI-a : POPESCU SANDA (VI: 10, VII: 376).
Clasa a VIII-a : MIHĂESCU LUCIA (VIII: 1112).

Liceul de băieţi Câmpulung-Muscel.

Clasa a IX-a : VASILESCU I. CONSTANTIN (IX: 1132, 3, 4, 5, 6, 7); VIŞOIU AL. GHEORGHE (IX: 1141, 2, 5, 7, X: 1096, 7, E. G.: 905 A: 25, 9).

Liceul „Ioniţă Assan", Caracal.

Clasa a VIII-a : NICULESCU D. NICOLAE (VIII: 1111, 9*, IX: 1139, E. G.: 902); OZUN RADU (VIII: 1111, 7); TUDORAN CIPRIAN (VIII: 1111, 2, 5, 7, 9*, IX: 1136, E. G. 902); VASILESCU CONSTANTIN (VIII: 1111, 2, 7, 9, E. G.: 902).
Clasa a IX-a : BĂLĂNESCU DUMITRU (IX: 1136, 42, 5); FLORESCU EUGENIU (IX: 1117, 22, 6, 34, 5, 6, 7*, 41, X: 1100); IONESCU R. PETRE (IX: 1132, 3, 4, 6).
Clasa a X-a : POPA M. PETRE (X: 1092, 108, E. G.: 907, 16*, 7).

Liceul tehnic mecanic, Caracal.

Clasa a IX-a : DUMITRU I. ION (IX: 1132, 3, 4, 5, 42*, X: 1096, 7).

Liceul mixt, Caransebeş.

Clasa a VI-a : TOLOCICĂ STELA (VI: 10, 1*, 2, 4, VII: 373*, 5, 6*, VII: 1111*, 5).
Clasa a VIII-a : CĂLUGĂRU IGOR (VIII: 1100, 11, 7); DAMIAN I. VIOREL (VIII: 1113, 4, 7); GRECEA DANIEL (VIII: 1111, 2, 7); HORESCU ATANASIE (VIII: 1111, 5, 7, IX: 1139); NEAGOE DUMITRU (VIII: 1122, 3, 4, 5*, 31, 4, 5); TĂTUCU C. NICOLAE (VIII: 1111, 5, 7).
Clasa a IX-a : KOVACS ŞTEFAN (IX: 1132, 3, 4, 5, 9*, 42).
Clasa a XI-a : CERNUŞEN LEONIDA (XI: 1020, 6, 9, 47, E. G.: 902, 7).

Particulari, fără indicarea liceului, Caravaneţi-Teleorman.

Clasa a VIII-a medie : TÂLMACIU MARIOARA (VIII: 1127, IX: 1141, 2*, 3, 5, 7, X: 1086, 7, 9, XI: 1011, 31, 6, 9, 40, E. G.: 895, 7*, 8, 916, 7, 9, 22, 5, A: 14, 21, 2*, 5).

Liceul de fete Nr. 1, Cluj.

Clasa a VIII-a : MOLDOVAN GEORGETA (VIII: 1117, 21, 2, 4, 5); STAN AUGUSTA RADA (VIII: 1111, 2, 7).

Liceul de băieţi Nr. 1, Cluj.

Clasa a X-a : STOICOVICI E. OVIDIU (X: 1092*, 4, 6, 7, 8, 100, E. G.: 905).

Liceul de băieţi Nr. 3, Cluj.

Clasa a XI-a : BOLDUR A. LUCIAN (XI: 1024, 8, 9, 31*, 9, 40, E. G.: 906).

Liceul „Mircea cel Bătrân", Constanţa.

Clasa a X-a : COMĂNESCU S. VALERIAN (X: 1111, 3*, 4*, 5*, 6, 7*, 8*, 9*, XI: 1031*, 3*, 41, 2*, 3, 6, 7, E. G.: 913*, 6*, 20, 8*, 9).

Liceul de fete Nr. 1, Craiova.

Clasa a VI-a : Lişteveanu Daniela (VI: 13, 4, 5, 6, 7, 8, VII: 376).
Clasa a VIII-a : Cutieru Natalia (IX: 1135, 8, 9, 41, 2, 5, 51, 2, 5, 7, A: 29).
Clasa a IX-a : Nicolae Elena (IX: 1151, 2, 3, 4, 5, 7*).

Colegiul popular „N. Bălcescu", Craiova.

Clasa a IX-a : Ionescu Dobre (IX: 1131, 2, 3, 4, 5); Nicolau Pompiliu (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 40, X: 1092, 4, 6, 7, 8, 9, XI: 1023, 6, 7, 30).
Clasa a X-a : Făcăoaru Gh. Ioan (X: 1096*, 1113, 4, 6*, 7, 8, 24, E. G.: 906, 7, 8).

Liceul „Fraţii Buzeşti", Craiova.

Clasa a VIII-a : Georgescu C. Florin (VIII: 1111, 2, 3, 6).

Liceul teoretic mixt Curtea de Argeş.

Clasa a VIII-a A : Aron Ion (VIII: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 2, 7); Caragea Niţă (VIII: 1101, 3*, 4, 5, 7, 9); Ceapă Titus (VIII: 1101, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 2, 4, 5, 7, 9, IX: 113); Cotorbai Vasile (VIII: 1101 3, 7, 8, 9, 11, 5, 7); Graţian Golda (VIII: 1111, 2, 5, 7, E. G.: 902); Diaconu Marin (VIII: 1101, 2, 3, 7, 8, 9, 11, 2, 3, 5, 7, E. G.: 902); Dima Ion (VIII: 1111, 2, 7, 9); Dragomir Ilie (VIII: 1102, 3, 11); Fleanca Matei (VIII: 1102, 3, 11); Florescu Graur (VIII: 116); Golescu Vasile (VIII: 1111); Golda Gheorghe (VIII: 1102, 3, 4, 5, 9); Golescu Vasile (VIII: 1102, 3); Gorunescu Ancuţa (VIII: 1107, 9, 10); Gorunescu Cornelia (VIII: 1103, 9, 11, 7); Guriuc Lucia (VIII: 1107, 9, 17); Ianculescu Ileana (VIII: 1107, 9, 11, 5); Iliescu Marcel (VIII: 1102, 3, 7, 9, 11, 5); Marinescu Tian (VIII: 1101, 3, 7, 8, 9, 1110, 2, 5, E. G.: 902); Mohanu I. Victor (VIII: 1102, 7, 9, 11, 5, 7, E. G.: 902); Niţă Paul (VIII: 1102, 3, 7, 9, 1112, 7, E. G.: 902); Oancea Nicolae (VIII: 1102, 3, 7, 8, 9, 1112, 5, 7); Ocănoaia Nicolae (VIII: 1102, 3, 7, 8, 9, 1102, 3, 1112); Oprea Elena (VIII: 1107, 2, 8, 9, 11, 5, 7); Oprea D. Ion (VIII: 1112, 3, 7, 9, 10, 7, 5); Popescu Cornel Liviu (VIII: 1103, 4, 7, 17); Popescu Ecaterina (VIII: 1107, 8, 9, 10, 7); Prodan Florian (VIII: 1103, 8, 11, 2); Prunache Gheorghe (VIII: 1107, 8, 9, 11, 25); Simionescu Marioara (VIII: 1103, 8, 9, 17, 23); Şerban Ion (VIII: 1102, 11, 2, 5, 7); Ştefănescu Maria (VIII: 1103, 9); Tănăsescu Anton (VIII: 1111, 5); Tiţa Margareta (VIII: 1112, 3, 7, 9); Turlea Petre (VIII: 1111, 2, 5, 7); Slăvescu Nicolae (VIII: 1111, 7); Stănilă Elena (VIII: 1115, 7, 23, 5); Starici Leonida (VIII: 1102, 11, 5, 7); Sterescu Emanoil (VIII: 1107, 9, 11); Trelea E. Petre (VIII: 1103, 9, 15); Vasilescu Romeo (VIII: 1108, 11, 7); Vasilescu Dumitru (VIII: 1103, 4, 7, 8, 9, 12, 5, 7); Vasiliu Virgil (VIII: 1102, 3, 7, 12, 5, 7); Vega Eugenia (VIII: 1103, 15, 7); Vocilă Nicolae (VIII: 1101, 2, 3, 7, 9, 11, 2, 5, 7); Zamfir Ionel (VIII: 1102, 3, 8).

Clasa a VIII-a B : Andrei Valeriu (VIII: 1102, 3); Apetroaiei Alexandru (VIII: 1103, 11); Avrigeanu Emil (VIII: 1112, 5, 7); Avram Mihail (VIII: 1102, 3, 11); Barbu Nicolae (VIII: 1102, 9, 12, 7); Biţu Nicolae (VIII: 1101, 3, 7, 8, 9, 12, 7); Bodea Angela (VIII: 1102, 3, 7); Boncea Nicolae (VIII: 1101, 2, 9); Boncea Gheorghe (VIII: 1101, 2, 3, 7, 9, 17); Bontaş Gheorghe (VIII:

1107, 9); Bordea Mihail (VIII: 1102, 3); Botorcu Niculina (VIII: 1102, 3, 17); Buşu Ştefan (VIII: 1109); Cioacă Marian (VIII: 1102, 3, 12, 5); Chesnoiu Tudor (VIII: 1101, 3, 11, 6, 7, 9, E. G.: 902); Chiriloiu Cornel (VIII: 1116, A: 15); Cismaru Amuliu (VIII: 1102, 3, 9); David Alexandru (VIII: 1101, 2, 3, 9, 15, 7); Dima Tudor (VIII: 1102, 3, 8, 15, 7); Donoiu Ionel (VIII: 1117); Dragomir Eremia (VIII: 1102, 3, 15, 7); Dragomir Ilie (VIII: 1135); Duţă Mihai (VIII: 1102, 3, 12, 5, 7); Filip Ioan (VIII: 1102, 12, 5, 7); Florea Puiu (VIII: 1102, 17, 9); Florescu Eleonora (VIII: 1101, 2, 7, 9, 11, 2, 5, 7); Galan Florin (VIII: 1102, 3, 5, 7, 9, 11, 7); Golda Cristian (VIII: 1102, 12, 5, 7, 9); Ghiulea Elena (VIII: 1101, 2, 6, 7, 9, 14, 5, 7); Ioniţă Veronica (VIII: 1101, 2, 3, 17); Lăzărescu Alexandru (VIII: 1102, 3, 7, 9, 17); Mălaiu G. Florea (VIII: 1101, 2, 3, 7); Manolescu Victoria (VIII: 1115); Marinescu Maria (VIII: 1101, 2, 3, 15); Moroianu Gheorghe (VIII: 1101, 2, 3, 8, 15); Panţurescu Maria (VIII: 1117); Popescu Mircea (VIII: 1102); Predan Dumitru (VIII: 1117); Stavăr Rucă (VIII: 1101, 2, 3); Tătaru Cornel (VIII: 1102, 3, 11, 2); Teodorescu Margareta (VIII: 1111, 7); Turturică Nicolae (VIII: 1108); Vasilescu Melania (VIII: 1102, 3, 7, 9, 17); Vlad Maria (VIII: 1102, 3, 9).

Clasa a IX-a : Anatolie Luca (IX: 1133, 6, A: 13); Badea Vetuţa (IX: 1132, 3); Boiangiu Costea (IX: 1132, 3); Colin Victor (IX: 1126, 7, 31, 2, 3); Căplan Sever (IX: 1122, 3, 5, 6, 8, 33, A: 13); Ceapă Gheorghe (IX: 1122, 3, 5, 6, 8, 32, 3, 4, 5, 6, 8, E. G.: 902, A: 13, 4); Comănescu Napoleon (IX: 1132, 3); Davidoiu Silvia (IX: 1132); Dogaru Badea (IX: 1132, 3, 5, A: 13); Dumitrescu Lucia (IX: 1132, 4, 6); Giulea Tanţa (IX: 1122, 3, A: 13); Glonţescu Alexandru (IX: 1132, 3, 4); Ghioca Mioara (IX: 1122, 6); Hrabonski Eugen (IX: 1123, A: 13); Idor Paula (IX: 1122); Martinovici Anastasia (IX: 1126, 8); Mihăilă Romeo (IX: 1133, 6, A: 13); Mladin Anghel (A: 13); Niţă Gheorghe (IX: 1127, 32, 3, 4, 5); Olteanu Mihai (IX: 1132, 3, 4); Osaci Gheorghe (IX: 1124, 36, 9, A: 13); Popa Gheorghe (IX: 1132, 4, A: 13); Stănculescu Lucian (IX: 1133); Stancioiu Isidor (IX: 1132, 3, 4, 5); Smeureanu Alexandra (IX: 1126, 32, 6, A: 13); Tudor Voinea (IX: 1126, 32, 3, 4, A: 13); Vasile Gheorghe (IX: 1126, 32, 3, A: 13).

Clasa a X-a B: Andrei Constantin (X: 1100); Antonescu Ioan (X: 1089, 93, 4, 9, 106, 9); Bucurenciu Gheorghe (X: 1094, 100, 1, 9, A: 13, 5); Burlacu Titus Stanciu (X: 1095, 8, E. G.: 906, 9); Condurat Constantin (X: 1096, 8); Cristea Ionel (X: 1098, 100, 9); Dan Gheorghe (X: 1098); Dima Emil (X: 1089, 92, 3, 4, 7, 100, 9, E. G.: 906); Drăgănescu Dan (X: 1093, 109, A: 13); Dumitrescu Petruţ (X: 1098); Elefterie Dumitru (X: 1092, 3, 8, 109); Elisei Tudor (X: 1089, 92, 3, 4, 6, 7, 8, 100, 9, E. G.: 906, 9); Fica Vasile (X: 1096); Filipoiu Miu (X: 1094, 6, 8, 109); Grigoroiu Ion (X: 1094, 6, 8); Jivu Ion (X: 1094, 6, 8); Lazăr Octavian (X: 1093, 4, 6, 8, 109); Matei Corneliu (X: 1098, 109); Niţă Petre (X: 1096, 109); Rebedeu Ion (X: 1094, 6, 109); Singureanu Ion (X: 1096); Stoleru Ticu (X: 1089, 96, 7, 8, 109); Stroescu Constantin (X: 1094, 6); Tomescu Ilie (X: 1096, 8); Turlea Tudorache (X: 1098); Ursan Andrei (X: 1092, 109); Veris Mihai (X: 1089, 93, 109).

Clasa a X-a A : Ianculescu Măndica (X: 1081, 3, 4, 5, 7, 93, 109); Nicolescu Maria (X: 1083, 4, 7, 8).

Clasa a XI-a : Ionescu Alexandru (XI: 1011, 3, 4, 6, 7*, 8, 9, 20, 2, 3, 4, 5, 7, E. G.: 900); Milea Marcel (XI: 1011, 6, 7, 8, 20, 3, 4, 5, 30, E. G.: 897, 900, 6); Munteanu Ionel (XI: 1011, 3, 6, 7, 9, 23, 4); Niță Jean (XI: 1013, 6, 9, 20, 3, 4, 5, E. G.: 902, 6); Popa Vasile (XI: 1010, 3, 7, 9); Pralea Ana (XI: 1011, 3, 7, 9, 20, 4, 5, 6); Prisiceanu Ștefan (XI: 1011, 3, 6, 7, 9, 23, 4, 6, 9, E. G.: 899, 900, 9); Roman Eugen (XI: 1011, 3, 6, 7, 9, 23, 4, 5, 6, E. G.: 906); Vasilescu Doina (XI: 1011, 3, 7, 9, 20, 3, 4, 5, 6, 7); Vasilescu Vlăduț (XI: 1011, 3, 7, 8, 9, 20, 3, 4, 6, 30).

Liceul de băieți, Lugoș.

Clasa a XI-a : Mihăescu I. Ioan (XI: 1024, 5, 7, E. G.: 902).

Liceul de fete Nr. 1 din Oradea-Mare.

Clasa a VIII-a : Călinescu A. Doina (VIII: 1100, 1*, 2*, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 20); Chișvasi Cornelia (VIII: 1111, 2, 5*, 7); Domuță G. Maria (VIII: 1100, 1*, 2*, 3, 4, 5*, 7, 8).

Liceul de băieți Nr. 1 din Oradea-Mare.

Clasa a VII-a : Ginașu I. Mircea (VII: 373, 5); Petrovici Șt. Liviu (VII: 373*, 4, 5, 6, 7, 8).

Clasa a IX-a : Ciupa L. Sorin (IX: 1131, 4, 6*, 9, E. G.: 904*); Leuca F. Treboniu (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, X: 1100, E. G.: 907); Pătroc P. Nicolae (IX: 1131, 2*, 3*, 4, 5, 6,* 7*, 8*, 9, 40*, X: 1091, 100, E. G.: 902*, 4*, 7).

Clasa a X-a : Chișiu P. Teodor (X: 1093*, 4*, 6*, 7*, 8*, 9, 100, E. G.: 902*); Malița T. Ion (X: 1092, 4*, 7, 8*, 9, 100, 1, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7, 9, E. G.: 901, 2, 9*); Stoia F. Dumitru (X: 1098*, 9, 100, E. G.: 902*); Șuta I. Mihai (X: 1109, 10, 2*, 25*, 8, 39, XI: 1021, E. G.: 902*, 4, 5, 7, 19); Traian A. Costin (X: 1091, 8, 9, 100, 9, E. G.: 902*).

Clasa a XI-a : Budeu D. Ion (XI: 1027, 8, 9, 30*, 3, 9, 40, 5, 6, 7, 8, E. G.: 906, 7, 9*, 16, A: 30); Hațeganu A. Petru (XI: 1022, 4, 5*, 30*, E. G.: 901, 8, A: 17, 8, 20); Hrianka A. Ioan (XI: 1030, E. G.: 885, 91, 6, 9, 907); Popa F. Pavel (XI: 1021, 2, 3, 6*, 7*, 30*, E. G.: 901, 2*); Trifa P. Florian (XI: 1021, 2, 3, 4, 6*, 7, 30*, E. G.: 906, 7); Vidican Ioan (XI: 1026, 31, 3, 40, 5, 6, 7, 8, 9, E. G.: 906, 16, A: 22, 4, 7).

Școala Tehnică Metalurgică din Oradea-Mare.

Anul I-iu : Andor Ioan (VIII: 1112); Bala Ioan (VIII: 1123); Habermann Tiberiu (VIII: 1117); Ieran Vasile (VIII: 1131); Lupaș Anton (VIII: 1123).

Liceul mixt din Oravița.

Clasa a VIII-a : Melca G. Gheorghe (VIII: 1111*, 3, 5*, 7, 22*, 3, X: 1100); Moacă P. Solomon (VIII: 1117, 23, 4).

Clasa a XI-a : Ciortuz N. Iosif (XI: 1028*, 40, 4, 50*).

Liceul de băieți Nr. 1 din Piatra-Neamț.

Clasa a IX-a : Hogea Grigore (IX: 1130, 58*, X: 1092*, 3*, 7, 9, 100, 3, 17, 8, 9, XI: 1021, 4, 31, 47, E. G.: 903*, 4, 9*, 11*, 3*, 5, 21, 3, A: 27).

Clasa a X-a : ANTON COCA (X: 1100); ZAMFIR C. NICOLAE (X: 1091, 2, 3*, 9, 100, 3*, XI: 1040, E. G.: 913).

Clasa a XI-a : CERCHEZ ŞT. GHEORGHE (XI: 1023, 9*, 30*, 1*, 6).

Liceul de băieţi din Piteşti.

Clasa a VII-a : POPESCU P. OVIDIU (VII: 373, 4).

Clasa a VIII-a : NICOLESCU GHEORGHE (VIII: 1115*, 7, 9*, X: 1100, IX: 1133, E. G.: 905, 7, 9*, A: 17*); PIETRARU VITALIUS (VIII: 1112, 4, 7, 9*, 19*, 30, IX: 1138*, 9*, X: 1091, 4*, 101*, 3*, 6*, 8, XI: 1021*, 2, 3, 6*, 7, 9, 30*, 1, 4*, 7, 40, E. G.: 901, 2, 5*, 6*, 7, 9*, 13*, 6, A: 13, 6*, 20*, 4); SÂRBU GH. TUDOREL (VIII: 1111, 2, 5*, 7, 8, 9*, 20, IX: 1132, 3, 4, 6*, 41*, 7*, 9*, X: 1096*, 8*, 100, 2*, E. G.: 902*, 7); STĂNESCU A. VIOREL (VIII: 1113*, 4, 8, 20*, 7*, 8*, IX: 1132, 3, 4, 5, 6*, 8*, 47*, 8*, 50*, X: 1093*, 4*, 6*, 8*, 101*, 3*, XI: 1021*, 2, 3, 8*, 40, E. G.: 902, 5, 6, 7, 17, A: 20, 1, 5).

Clasa a IX-a : NEDELESCU D. PETRE (E. G.: 981, 2, A: 11, 2*).

Clasa a X-a : ALEXE P. IOAN (X: 1091, 2*, 3, 4*, 6, 7*, 8*, 9, 100, 1, 2, 3, 4, 6, 7*, 9, 10, 3, 4*, 6, XI: 1023, 4, 7, 40, 5*, 6, 7, E. G.: 902, 17, 26*, 9*, A: 16, 7, 8); ANDREESCU C. SERGIU (X: 1102, 3, 4*, 5, XI: 1031, 9, E. G.: 906, 9*, 16*); BRĂTESCU A. OLIMPIU (X: 1093*, 4*, 6, 7, 8*); DUNĂ D. GHEORGHE (X: 1099, 1, 2, 3*, 4*, 5, 6*, 7*, 9, 10, XI: 1021*, 31*, 2, 3*, 4*, 6*, 9, 40, E. G.: 902, 3*, 11*, 3, 7, 8*, 9, A: 17*, 8).

Clasa a XI-a : BUNESCU S. CONSTANTIN (XI: 1021, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8*, 9, 30, E. G.: 901, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 9*, A: 16, 7, 8, 9*, 20*); IONESCU A. GABRIEL (XI: 1021, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, 30, E. G.: 901, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 9*, A: 16, 7*, 8*, 9*, 20); NEDELESCU D. PETRE (XI: 1021*, 2*, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9, 30, E. G.: 891, 2, 901*, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 9*, A: 11, 2*, 6*, 7*, 8*, 9*, 20); TEODORESCU M. LUCIAN (XI: 1023*, 4, 5*, 6*, 7*, 8*, 30, E. G.: 901, 2*, 3*, 4*, 6*, 7*).

Şcoala Tehnică Medie din Piteşti.

Anul I-iu : ARON D. ENE (VIII: 1111, 2, 7, 8, X: 1100); BARBU I. GHEORGHE (VIII: 1111, 2, 5*, 7, 8, X: 1100); BULFON I. NICOLAE (VIII: 1111, 2, 5, 7, 8, X: 1100); BUCUR ŞT. ION (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9*, IX: 1131, 9*, X: 1100); BUNEA ŞT. VIRGIL (VIII: 1110, 1, 2); CONSTANTINESCU ŞT. DUMITRU (VIII: 1111, 2, 3, 4*, 5*, 6, 7, 8, IX: 1139, X: 1100, E. G.: 902, A: 17); CHIŢESCU IOAN (VIII: 1112, 3, 4, 7, X: 1100); DINA I. NICOLAE (VIII: 1111, 2, 3, 5*, 7, 8, X: 1100); DUMITRESCU GH. CONSTANTIN (VIII: 1111, 2*, 3*, 7, X: 1100); DUMITRU G. IONEL (VIII: 1102, 3, 9*); DUMITRU P. GH. (VIII: 1111, 2, 7, 8); DINU N. PETRE (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 9*, 20*, 5, IX: 1131, 9*, X: 1100, 6); GEORGESCU G. CONSTANTIN (VIII: 1111, 2*, 3, 7, X: 1100); GHEORGHE C. CONSTANTIN (VIII: 1111, 5, 7, 8); GEORGESCU P. GHEORGHE (VIII: 1111, 2*, 3, 4*, 5, 7, 8, 9*, IX: 1139*, X: 1100); GEORGESCU POMPILIU (VIII: 1111, 2, 3, 6*, 7, X: 1100); GUMĂ M. CONSTANTIN (VIII: 1111, 2, 3, 4*, 5*, 6, 7, 8, 9*); NIŢĂ C. GHEORGHE (VIII: 1111, 2*, 7, 8, X: 1100); OPRESCU T. ION (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, X: 1100); POPESCU N. GHEORGHE (VIII: 1111, 7, 9); RADA D. IOAN (VIII: 1111, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, IX: 1139, X: 1100); SMARANDACHE DU-

MITRU (VIII: 1111, 2, 7, 8, X: 1100); STIHAN GH. ŞTEFAN (VIII: 1111, 2, 7, 8, X: 1100); STOICAN M. GHEORGHE (VIII: 1111, 2, 3, 5, 8, X: 1100); VIDONY ŞTEFAN (VIII: 1111, 4, 5, 6, 7, 9*).

Anul al II-lea: ANDREI GH. STELIAN (IX: 1133); CÂRKĂNOIU R. IOAN (IX: 1132, 3, 4, 6, X: 1100); PIELARU ŞT. ILIE (IX: 1132, 3, 4, 9, X: 1100); RADU N. DUMITRU (VIII: 1111, 2, 3, 4, 7, 8); RĂCEANU GH. ILIE (IX: 1131, 2, 3, X: 1100).

Liceul de fete din Ploeşti.

Clasa aX-a: CĂLUŞIŢĂ MIOARA (X: 1092, 4*, 7, 8, 9).

Liceul de băieţi din Ploeşti.

Clasa a VIII-a: BORDEANU N. STELIAN (VIII: 1122, 3, 4, 5, 7, IX: 1141, X: 1100, 10, XI: 1031); NICULESCU A. VALERIU (VIII: 1117, 22, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41, IX: 1131, X: 1110, XI: 1031); STĂNCIULESCU I. OVIDIU (VIII: 1111, 21, 2, 3, 4, 5, 31, 5); ŞERBU C. MIRCEA (VIII: 1111, 7); ZAHARESCU C. MARIN (VIII: 1111, 2, 3, 4*, 5*, 7, 8, 9*, IX: 1131, X: 1100); ZARGES R. UWE (VIII: 1123, 4, 5, 6, 8, 9, 31, 4, 5, 7, 8, 40, 1).

Clasa a IX-a: RĂDULESCU D. GHEORGHE (IX: 1141, 4*, 5, 6, 7*).

Clasa a X-a: APOSTOL C. PAUL (X: 1091, 2, 4, 5, 7, 8*, 100, E. G.: 901, 2*, 5, 7, 9).

Liceul seral mixt din Ploeşti.

Clasa a VIII-a: STĂNESCU P. ALEXANDRU (VIII: 1111, 2, 3, 7, 8, 9, IX: 31, 2, 3, X: 1100).

Liceul mixt din Râmnicul-Sărat.

Clasa a VI-a: SĂRARU N. DUMITRU (VI: 10).

Clasa a VII-a: CERCEL GH. GHEORGHE (VII: 373, 4, 5); PAUL CONSTANTIN (VII: 376, 7, 8*); VIERU NICU (VII: 376, 7, 8).

Clasa a VIII-a: AGATHA I. SANDU (IX: 1115, 8, 25, 9, 30, 1); APOSTOL EDUARD (VIII: 1115, 8, 22, 5, 9, 30*, 1, 40, IX: 1131, 2, 3, 4, 41, 4, X: 1100, 6); CHIRICUŢĂ I. ALEXANDRU (VIII: 1115, 8, 9, 25, 9, 30, 1, 8, 9, 41, IX: 1131, X: 1100, 6, 17, E. G.: 921); GRIGOROŞCUŢĂ ŞTEFANIA (VIII: 1115, 7, 9, 25, 6, 9, 30, 1, IX: 1131, 5, 40); GINGĂRAŞ CONSTANTIN (VIII: 1111, 2, 7); FĂCLIERU C. ARON (VIII: 1115*, 8, 25, 9*, 30); IONESCU MIRCEA (VIII: 1111, 2, 7, IX: 1131, 2, 3, 7, 58*, 9*); LAZĂR C. IONEL (VIII: 1111, 24, 5); ION GH. VASILE (VIII: 1111, 2*, 9, 22, 3, 4, 5, 35); MIHALCEA S. OLIMPIA (VIII: 1129, 31, IX: 1131); MARIN D. TITU (VIII: 1111, 2, 5, 7, 8, 9*, 31, 4, IX: 1131; JERCAN NICOLAE (VIII: 1111, 17, 22, 4); NEGRESCU ŞT. AUREL (VIII: 1111, 3, 7, 25, 34, 5); MĂNUCĂ C. GHEORGHE (VIII: 1112, 5, 8, 23, 5, 30); PETRICĂ M. DINEAŢĂ (VIII: 1111, 5*, 7, 9*, 25, 30*, 1, 40*); PLATON I. VALERIU (VIII: 1111, 9, 22, 34); POPESCU C. RADU (VIII: 1111, 2, 5*, 6, 7, 23, 5, 6, 31, 4, 7, 9, 40); ROZMARIN N. ALEX. (VIII: 1123, 5, 31, 3, 4, 5, 6*); STOILESCU ŞT. FLORICĂ (VIII: 1111, 2, 5*, 7, 8, 21, 2, 4*, 5, 30, 1, IX: 1132, 3, 44, X: 1100, E. G.: 921); SLUTU ŞT. ION (VIII: 1115, 8, 25, 9, IX: 1131); SĂNDULESCU I. STĂNEL (VIII: 1111, 2*, 5, 7, 10*, 9*,

25, 6, 7, 34, IX: 1131); SCHÄCHTER M. ARON (VIII: 1115*, 8, 25, 9*, 30*, 1*, 2*, 3, IX: 1133, X: 1106, 17); SAVA R. ION (VIII: 1112, 7, 23, 5); STAN ION (VIII: 1111, 7, 25, 34); TEODORESCU MARGARETA (VIII: 1111, 2, 5, 7, 8, 24, 5, 9*, 30, 1); SLOBOZEANU GHEORGHE (VIII: 1111, 2, 5*, 7, 9*, 22, 31); UNGUREANU EMIL (VIII: 1111, 3, 5, 7, 9, 21, 5, 31, 4, 5).

Clasa a IX-a: CERSKI T. TETIANA (IX: 1141, 52, 3); CRUCEASCHEVICI S. VALENTINA (IX: 1131, 7, 41, 58*); DOBRILĂ ȘT. GHEORGHE (IX: 1115, 29, 31); DRĂGULESCU C. MITICĂ (IX: 1131, 7, 41, 2*, 7, 58); ALEXANDRESCU D. TEODORINA (IX: 1131, 7, 41, 2*, 5, 6, 7*); ISOFACHE N. ARISTIDE (IX: 1131, 7, 41, X: 1100, E. G.: 919); GEORGIAN MARGARETA (IX: 1132, 3, 4, 41, 2, X: 1093*, 6*, 8*); MORGAN GLORIA (IX: 1131, 7, 41, 2, 58*, 9, A: 29); GHEORGHIȚĂ AL. NICOLAE (IX: 1137, 45, 7*, 8*, 9*); SLEV T. VICTOR (IX: 1141, 7, X: 1011*, 2, 81, 2, X: 1141, 7, A: 29, 49); HĂHĂIANU LAURENȚIU (IX: 1115, 7, 8, 9, 25, 9, 30, 1); STOIAN R. MARIN (IX: 1131, 7, 9, 41, 2, 5, 46, 47, 1158); TURLACU N. IOANA (IX: 1131, 7, 41); PĂTRAȘCU R. AMALIA (IX: 1131, 7, 41); VOICU ADELA (IX: 1131, 2, 3, 7, A: 11); SARE CONSTANTIN (IX: 1131, 7, 42, 51, 5, 8, 9); VASILE A. ECATERINA (IX: 1131).

Clasa a X-a: ARITON AL. LIVIU (X: 1067, 86, 92, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8*, 9, 100, XI: 992, 3, 1011, 21, 2, E. G.: 877*, 8, 95, 900, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, A: 14); ASĂNACHE V. NICOLAE (X: 1096, 100, 4*).

Clasa a XI-a: ZARISCH A. ERNEST (XI: 1022, 3, 4, 6, 7*, 80*, 29, 30, E. G.: 902).

Liceul de băieți din Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a VIII-a: ARDELEAN NICODIM (VIII: 1111, 2, 5, 6, 7, 8).

Clasa a X-a: MÂRZAN D. EMIL (X: 1094*, 1113*, 4*, 5*, 6, 7*, 8*, 9*, E. G.: 905, 13*).

Liceul mixt din Roșiori de Vede.

Clasa a XI-a: DUMITRESCU I. ALEXANDRU (XI: 1021, 2, 3, 4*, 6*, 8, 9, 30, E. G.: 902*, 5*, 6, 7).

Liceul mixt din Reșița.

Clasa a VIII-a: RĂDULESCU I. LIVIU (VIII: 1112, 5, 8).

Liceul de băieți din Satu-Mare.

Clasa a X-a: ȘONCODI P. CORIOLAN (X: 1091, 2, 3*, 4*, 6, 7, 8*, 9, 100, XI: 1021, 31, E. G.: 902).

Liceul mixt Român din Sighet.

Clasa a IX-a: VOICU T. ION (IX: 1131, 2, 3, 4).

Școala Tehnică Agricolă din Strehareț, Slatina-Olt.

Anul I-iu: MILEN I. IORDAN (VIII: 1111, 2, 7, 8, IX: 1132, 3, 4).

Liceul de băieți din Slatina-Olt.

Clasa a IX-a: COCHINȚORA ȘT. ION (IX: 1132, 3, 4).

Clasa a X-a: STROE C. IOAN (X: 1092, 4, 5, 1100).

Clasa a XI-a: CÂRSTEA I. DUMITRU (XI: 1022, 4, 7, 8*, 9, 30*, 43, 4, A: 22, 30, E. G.: 907, 19); NEDEIANU I. GHEORGHE (XI: 1023, 4, 30, E. G.: 962, A: 16).

Liceul de băieți din Sibiu.

Clasa a VIII-a : ANDREESCU I. JUSTIN (VIII: 1111, 2, 7, 9); BOLDEA N. NICOLAE (VIII: 1111, 2, 11, 2, 5, 6*, 7, 9, 22, 3, 4, 5, 6, 35, A: 29, 30); BALAȘ A. ANDREI (VIII: 1111*, 2, 5*, 7, 8, 90); BONEA I. HORIA (VIII: 1111, 9, IX: 1130, A: 16); GHEORGHIȚĂ I. VICTOR (VIII: 1102, 3, 7, 9, 10, 11, 2, 5, 7, 9); GUȘAN I. NICOLAE (VIII: 1081, 7, 8, 191); POPESCU V. MARIUS (VIII: 1112, 5, 7, 9*, 31).

Clasa a X-a : LIVIU N. CONSTANTIN (X: 1091, 2*, 4*, 6*, 7, 9, 100, 2, 9, XI: 1021, 2); LUPU V. CONSTANTIN (X: 1102, 3, 4*, 6, 7, 10, 4*, 5*, 7*, E. G.: 902, 8*).

Liceul de fete din Târgoviște.

Clasa a IX-a : DINU I. DOINA (IX: 1131, 2, 7*, 42).

Școala elementară, Comuna Tudor Vladimirescu, Teleorman.

Clasa a V-a : DATCU C. PANAIT (VI: 11, 6, 7, 8*, VII: 375, 7, 8, 9, 80); FLORIAN A. VASILE (VI: 11, 6, 7, 8, VII: 377, 8, 9, 80); SORICOAIA I. EFTIMIE (VI: 11, 6, 7, 8*, VII: 377, 8, 80); TURTURICĂ D. MILICA (VI: 11, 6, 7, 8, VII: 375, 7, 8, 9, 80).

Liceul de băieți din Târgu-Jiu.

Clasa a VI-a : FILIPESCU ȘT. ALIN (VI: 10, 1, 2, VII: 373); POPESCU GH. DORIN (VI: 10, 2, 4, VII: 373, 5); UNGUREANU ION (VI: 10, VII: 373, 5).

Clasa a VIII-a : MAZILU E. GELU (VIII: 1111, 2, 3, 7, 8, 20).

Clasa a IX-a : COCHEA M. VALERIU (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, X: 1100); ȚICULESCU N. COSTICĂ (IX: 1134, 5, 9, E. G.: 895); FLONDOR I. ION (IX: 1021, 2, 3, 5*, 6*, 7*, 30, 1*, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 40*, X: 1093*, 6*, 7, 8*, 9, 100, E. G.: 905, 6, 7, 8, 9*, A: 16, 7, 8); OPROIU I. ADRIAN (IX: 1101*, 2*, 3*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9, 10*, 31, 2, 3, 4, 5, 40*, X: 1091, 3*, 4*, 5, 7, E. G.: 903*, 4*, 6, 7, A: 16); PĂRPĂNEAȚĂ C. DUMITRU (IX: 1131, 2, 3, 4, 5*, E. G.: 902); POPESCU D. ION (IX: 1131, 41, 55, 7, X: 1119, E. G.: 902).

Clasa a X-a : PÂRVUȚOIU GR. CONSTANTIN (X: 1098, 9, 100, XI: 1021, 2, 3, 4, 5*, 6, 7, 8, 9, 30, E. G.: 901, 2, 6, 9).

Clasa a XI-a : CARTIANU G. GRIGORE (XI: 1021, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, 9, 30, E. G.: 902*, 6*, 7, 8, 9*, A: 16, 7); CIUCIUC I. NICOLAE (XI: 1021, 3, 4, 5*, 6*, 7*, 8*, 9, 30, E. G.: 902, 6, 7, 8, 9*, A: 16, 7); NEGUȚ A. ION (XI: 1021, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7*, 8, 9, 30, E. G.: 901*, 2, 5, 6, 8, 9*, A: 17*, 8*); TĂMĂȘESCU D. VIRGIL (XI: 1021, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9*, 30*, 9*, 40, E. G.: 902*, 6, 8, 9); ZĂVOIANU G. ION (XI: 1021, 3, 4, 5*, 6*, 7, 8, 30, E. G.: 908, 9).

Liceul teoretic de fete din Târgu-Jiu.

Clasa a X-a : OPRIȘESCU N. RODICA (X: 1092, 3*, 4*, 7, 8*).

Liceul de băieți Nr. 1, Târgu-Mureș.

Clasa a X-a : ȚARINĂ N. ENEA (X: 1092, 3, 4*, 5, 6, 7, 8*, 9, 100, XI: 1024, 6, 8*, 30, E. G.: 906).

Clasa a XI-a : CONSTANTINESCU I. LUCIAN (XI: 1028*, 31, 3, 4, 9, E. G.: 904, 919); COROŞ D. DUMITRU (XI: 1023, 4, 9, 44); NAGHY I. ANDREI (XI: 1022, 4, 5, 6, E. G.: 906, A: 16, 7, 9).

Şcoala tehnică metalurgică din Târgu-Mureş.

Anul al II-lea : SIMIONESCU C. PETRU (IX: 1096, 9, X: 1131, 2, 3, 4, 5, 7); X: 1096, 9, E. G.: 902, 5).

Anul al II-lea : COTA A. ALEX. (IX: 1141, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, X: 1095, 1101, 2*, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10).

Liceul de băieţi din Târgovişte.

Clasa a IX-a : FRAIER S. ARMIN (IX: 1131, 3, 5); OLTEANU M. GHEORGHE (IX: 1137, 40, 55, 6, X: 1099, 102, XI: 1023, 7).

Clasa a X-a : DOBRESCU A. OVIDIU (X: 1099, 102*, 3*, 4*, 5, 7*, 8, XI: 1109, 10, 24, 5, 6*, 7, E. G.: 917, 9, 27, A: 30).

Liceul clasic mixt din Timişoara.

Clasa a X-a : SZABADOS A. ANDREI (X: 1101, 5, 13, 6).

Liceul de fete din Timişoara.

Clasa a VIII-a : ANONIMĂ (VIII: 1111, 3*, 5*, 7, 8, 9*); KLEIN E. WILHELMINA (VIII: 1111, 2, 7, 25); BIRO G. ERICA (VIII: 1111, 3, 5, 7, IX: 1131, 2, 3).

Clasa a IX-a : ANŢILA L. LIGIA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, E. G.: 902*, 3*, 4, 5*); DOMANY A. EVA (IX: 1131, 4, 5, 6*, 7*, 8*, 9, E. G.: 902*, 3*, 4, 5*); GÂRLEŞTEANU M. ELIZA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6*, 7*, 8*, 9*, X: 1091, 5, 7, 8*, 100, E. G.: 902, 3*, 4*, 5*, A: 16); GÂRLEŞTEANU M. HORTENSIA (IX: 1135, 9, 57, 8, 9); MARGAN F. FELICIA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5); MIEŢ N. EUGENIA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9); WIENER N. EVA (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6*, 7, 8).

Clasa a X-a : TRUFIN E. CECILIA (X: 1091, 2, 3, 4*, 5*, 6, 7, 8*, 9, 100, XI: 1026*).

Clasa a XI-a : POD I. LIVIA (XI: 1043*, 4*).

Liceul mixt Sârbesc, Timişoara.

Clasa a XI-a : FENIAŢ I. EVIŢA (XI: 1023, 7, 30); GLISICI G. GIOCA (XI: 1023, 6*).

Liceul teoretic de băieţi din Timişoara.

Clasa a VIII-a : BÂRZU S. EUGEN (VIII: 1111, 5*, 7, 8, 9, IX: 1131, X: 1100); BRÂNDEU L. LIVIU (VIII: 1125, 6, 8, 9, 31, 4, IX: 1131, 9, 41, E. G.: 902*, 7, 16, 7).

Clasa a IX-a : ADAM D. CONSTANTIN (IX: 1121, 27, 8, 31, 4, 5, 6, 9, X: 1089, 97, 8, 100, 2, E. G.: 891, 6, 902, 7, 9*, A: 12); ATANASIU GH. GHEORGHE (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, X: 1097, E. G.: 902, 7); COJOCARU S. VALENTIN (IX: 1137, 8, 9, 41, 2*, 3, 4, 5, 6, 7, 8*, 9, 50, X: 1091, 2, 3, 4*, 6, 101, 2, 3*, 4*, 5, 6, 10, XI: 1032, 5, 9, 40, E. G.: 901*, 2*, 3*, 4*, 5, 7, 9, 16, 7, 9); LINCĂ V. DAN (IX: 1137, 8, 9, 40*, X: 1092, 3, 6, 7, E. G.: 901, 2, 3, 9); NEGRU D. VIOREL (IX: 1131, 41, X: 1097, 8*, 100, 2, E. G.: 902, 7, 9); PA-

RASCHIV GH. ION (X: 1102, 7, 10, 35, 47*); POPOVICI I. ZENO (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, X: 1097, 8*, 100, 10, E. G.: 907, 9*); RUDNEANU C. DORIN (IX: 1131, 2, 3, 4, 5, 9, X: 1097, E. G.: 902); SARCEA DORIN (IX: 1131, 6, 8, X: 1097, 8*, 100, E. G.: 902, 7, 9*, A: 30).

Clasa a X-a: GEORGEVICI TIBERIU (X: 1093*, 4*, 6, 7*, 8, 100, E. G.: 901, 2); MORARU MIRCEA (X: 1106, E. G.: 902*).

Liceul teoretic mixt din Turnu-Măgurele.

Clasa a X-a: ȘCHIOPU I. ZOE (X: 1091*, 2*, 3*, 4*, 6*, 7*, 8*, 100, XI: 1021, 2, E. G.: 902*, 5*).

Liceul teoretic de fete din Turnu-Severin.

Clasa a VIII-a: POPESCU I. MIHAELA (VIII: 1110, 21, 2, 3, 4, 5, IX: 1131).

Liceul teoretic mixt maghiar din Zalău.

Clasa a IX-a: GINDELE I. ELISABETA (IX: 1132, 3, 5); LORINCZY I. COLOMAN (IX: 1132, 3, 4*, 5); MOLDOVAN A. LUDOVIC (IX: 1132, 3, 4*, 5, 41, 7*).

Clasa a X-a: FRANCISC F. MEREY (X: 1092, 6*).

Clasa a XI-a: NEMEȘ L. LUCA (XI: 1034*, 41*, 4*, 5, 7*, 9*, 50*, A: 29*, 30).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Septembrie 1949

Clasa a VI-a. *Exerc. 22.* Uleiul pe luna Martie s'a distribuit la următoarele rații: cartele tip A, 1000 g; B, 750 g; C, 500 g; D, 400 g. Magazinul a avut 4 butoaie egale; dintr'unul au fost serviți numai posesorii cartelelor A; din al doilea numai posesorii cartelelor B, și așa mai departe, ca economie de măsuri. Până seara, s'au golit complet toate butoaiele. Care este capacitatea lor, dacă, după o evaluare aproximativă, au fost servite cam patru sute de persoane?

N. M.

VI. 23. Să se construiască un triunghiu oarecare ABC cunoscând lungimea laturei AB, mărimea unghiului A și lungimea înălțimii AA'.

Aplicație: $\overline{AB} = 10$ cm. , $\sphericalangle B = 50^0$, $\overline{AA'} = 6$ cm.

E. M.

VI. 24. Fie triunghiul isoscel ABC ($\overline{AB} = \overline{AC}$).
Se prelungesc înălțimile:

BD cu $\overline{B'D} = \overline{BD}$ și CE cu $\overline{C'E} = \overline{CE}$.

Triunghiurile AB'C și ABC' sunt egale.

E. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 385.* Se construește un patrat, cu latura $2a$. Pe fiecare latură, luată ca diametru, se construește semicercul interior patratului. Se desenează astfel, o floare cu patru petale. Să se arate că floarea acoperă cu petalele ei, *aproape șase zecimi* din aria patratului.

O. N. Ț.

VII. 386. Intr'un cerc ducem trei coarde paralele: una AB, egală cu latura patratului înscris; iar de cealaltă parte a centrului, CD egală cu latura triunghiului înscris și EF egală cu latura exagonului regulat înscris. Să se arate că trapezele ABDC și ABFE au aceeași arie.

N. M.

VII. 387. Suprafața unui cerc este de $4m^2$. Din acest cerc se scoate un sector circular de perimetru 4m. Se cere suprafața acestui sector și mărimea unghiului la centru în grade, minute și secunde.

C. I. T.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1151.* Să se arate că avem identitatea:

$$(a_1^3 + b_1^3)(a_2^3 + b_2^3) - (a_1 a_2^2 + b_1 b_2^2)(a_1^2 a_2 + b_1^2 b_2) = (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 (a_1 b_2 + a_2 b_1).$$

V. C.

VIII. 1152. Să se demonstreze că

$$\frac{(a^2 - bc)^2 - (b^2 - ac)(c^2 - ab)}{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc} = a$$

GH. B.

VIII. 1153. Să se stabilească identitățile:

$$\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} \pm ab = \sqrt{(a\sqrt{1+b^2} \pm b\sqrt{1+a^2})^2 + 1}$$

$$\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} \pm a = \sqrt{(a\sqrt{1+b^2} \pm \sqrt{1+a^2})^2 + b^2}$$

C. I. Ț.

VIII. 1154. Să se descompună în numărul cel mai mare de factori reali binomul

$$x^{2^n} - y^{2^n}.$$

E. V.

VIII. 1155. Fiind dată ecuaţia

$$x^2 - px + q = 0$$

să se formeze ecuaţia care are rădăcinile

$$x' + x''^2 \quad \text{şi} \quad x'' + x'^2.$$

Să se determine apoi p şi q astfel ca raportul rădăcinilor primei ecuaţii să fie -3, iar raportul rădăcinilor ecuaţiei a doua 2.

E. M.

VIII. 1156. Se dă ecuaţia

$$x^2 + px + q = 0$$

Să se facă transformarea $y = x - a$, apoi să se deducă ce relaţii trebue să existe între p şi q pentru ca ecuaţia dată să aibă rădăcinile mai mici decât a.

Aplicaţie. Să se determine m din ecuaţia

$$mx^2 + (m-1)x + (m-2) = 0$$

pentru ca rădăcinile ei să fie mai mici decât 1.

H. D.

VIII. 1157. Să se arate că polinoamele:

$$x^{11} + x^{10} + 1 \quad , \quad x^5 + x^4 + 1$$

se divid prin polinomul:

$$x^2 + x + 1.$$

Să se afle câturile împărţirii.

C. C.

VIII. 1158. Să se determine şi apoi să se rezolve ecuaţia reciprocă de gr. IV, care îndeplineşte următoarele condiţiuni:

a) Coeficientul lui x^4 este 1.

b) Coeficientul lui x^2 este 36.

c) Admite rădăcina $2 + \sqrt{2}$, fără a admite şi conjugata sa.

G. D. S.

VIII. 1159. Din 195,936 kg fier trebue să fac 50 tuburi groase de 2 cm. şi înalte de 10 cm. Cum să procedez?

N. M.

VIII. 1160. Intr'un trapez isoscel ABCD, circumscris unui cerc O, de rază r avem relaţia

$$4r^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 - \frac{1}{2}(\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2)$$

N. N. A.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1171.* Se dau expresiile:

$$E_a = (a+b)(a+c)(a+d) \quad , \quad E_b = (b+a)(b+c)(b+d),$$
$$E_c = (c+a)(c+b)(c+d) \quad , \quad E_d = (d+a)(d+b)(d+c).$$

Să se arate că expresiile:

$$E_a - E_b,\ E_a - E_c,\ \ldots,\ E_c - E_d$$

sunt proporţionale cu diferenţele:

$$a^2 - b^2,\ a^2 - c^2,\ \ldots,\ c^2 - d^2$$

C. C.

IX. 1172. Să se rezolve ecuaţiile:

$$8(x-a-b)(x-b-c)(x-c-a) + (x-2a)(x-2b)(x-2c) = 0$$

C. C.

IX. 1173. Dacă $x+y+z = xyz$, avem

$$\frac{1}{(1+x^2)(1+y^2)(x+z)(y+z)} + \frac{1}{(1+y^2)(1+z^2)(y+x)(z+x)}$$
$$+ \frac{1}{(1+z^2)(1+x^2)(z+y)(x+y)} = \frac{x^2}{(1+x^2)^2(y+z)^2}$$
$$= \frac{y^2}{(1+y^2)^2(z+x)^2} = \frac{z^2}{(1+z^2)^2(x+y)^2} = \frac{1}{(xy+yz+zx-1)^2}.$$

C. I. Ţ.

IX. 1174. Să se rezolve ecuaţia

$$2x^x + 6(\sqrt{2}+3)\,x^{-x} - (9\sqrt{2}+8)\,x^{-2x} + 4\sqrt{2}\,x^{-3x} = \sqrt{2} + 12.$$

H. D.

IX. 1175. Să se verifice identitatea:

$$\frac{\cos 2x + 4\cos x + 3}{1+\cos x} + \frac{\cos 2x - 4\cos x + 3}{1-\cos x} = 4.$$

C. C.

IX. 1176. Să se arate că

$$\frac{\sin(a+b)}{1+\cos(a+b)} = \frac{\cos b - \cos a}{\sin a - \sin b} = \frac{\sin a + \sin b}{\cos a + \cos b}$$

C. I. Ţ.

IX. 1177. Să se arate că

$$\frac{\operatorname{tg} a \sec b + \operatorname{tg} b \sec a}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b + \sec a \sec b} = \frac{\sec a - \sec b}{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b} = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{\sec a + \sec b}$$

C. I. Ţ.

IX. 1178. Fie AB latura exagonului regulat înscris într'un cerc O; C, simetricul lui A, faţă de B. Tangenta din C (cea mai apropiată de AB) atinge cercul în D şi taie tangenta din A, în T. Să se arate că CD este cât latura patratului înscris în cercul O iar CT cât latura triunghiului echilateral.

N. M.

IX. 1179. Dacă l_3, l_4, l_6, l_{12} sunt laturile poligoanelor regulate de 3, 4, 6, 12 laturi, înscrise în acelaşi cerc, atunci

$$l_4 (l_4 + l_{12}) = l_6 (l_6 + l_3).$$

N. M.

IX. 1180. Se construeşte patratul OABC. Pe latura AB se iau punctele D, E astfel ca $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$ iar prin D şi E se duc paralelele $\overline{DF}$, $\overline{EG}$ la AO. Cercul cu centrul în O şi raza OA taie pe DF şi EG respectiv în M şi N, iar diagonala AC taie pe DF şi EG în P şi Q respectiv.

Să se arate că baza $\overline{NQ}$ a trapezului NQPM este egală cu două treimi din latura decagonului regulat convex înscris în cercul (O).

Să se calculeze în numere exacte *perimetrul* şi *aria* trapezului NQPM.

O. N. Ţ.

Clasa a X-a. *Exerc. 1131.* Să se verifice identitatea:

$$\frac{1}{\sin x \cdot \sin 2x} + \frac{1}{\sin 2x \cdot \sin 3x} + \ldots + \frac{1}{\sin nx \cdot \sin (n+1)x} \equiv \frac{\sin nx}{\sin^2 x \cdot \sin (n+1)x}.$$

C. C.

X. 1132. Să se verifice identitatea:

$$\frac{1}{\cos x \cdot \cos 2x} + \frac{1}{\cos 2x \cdot \cos 3x} + \ldots + \frac{1}{\cos nx \cdot \cos (n+1)x} \equiv \frac{\sin nx}{\sin x \cdot \cos x \cdot \cos (n+1)x}.$$

C. C.

X. 1133. Dacă l_m este latura poligonului regulat convex de m laturi, să se arate că dacă

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{r} = p$$

avem

$$\cos \frac{180^0}{p} = \frac{l_m + l_r}{2l_n},$$

poligoanele fiind înscrise în acelaşi cerc. Cazuri particulare.

N. M.

X. 1134. Dacă a şi b sunt numere pozitive subunitare şi dacă notăm

$$A = a^2 + b^2 - 2a^2b^2 + 2ab \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}$$

să se arate că avem

$$a^2 + b^2 - 2ab \sqrt{1-A} = A.$$

C. I. Ţ.

X. 1135. Să se arate că într'un triunghiu oarecare avem

$$\Sigma \sin A \sin 2A \sin (B-C) + 2 \Sigma \cos^3 A \sin (B-C) = 0.$$

C. I. Ţ.

X. 1136. Să se arate că într'un triunghiu oarecare există relaţia

$$\frac{\operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec} B + \operatorname{cosec} C}{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C} = \frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \frac{2R^2}{S}$$

H. D.

X. 1137. Să se arate că într'un triunghiu

$$\Sigma\, bc(b + c)\cos A = a^3 + b^3 + c^3.$$

N. M.

X. 1138. Să se rezolve un triunghiu oarecare ABC, în care se cunosc: a, $b + c$, $\cos B + \cos C$.

Să se discute condiţiile de posibilitate ale problemei.

Să se facă rezolvarea complet, în cazul:

$$a = 137m.\ ,\ b + c = 228m\ ;\ \cos B + \cos C = 1$$

C. C.

X. 1139. Să se arate că într'un triunghiu oarecare

$$p\,\Sigma\, \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2} = r\,\Sigma \operatorname{cotg} \frac{B}{2} \operatorname{cotg} \frac{C}{2} \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

N. N. A.

X. 1140. In orice triunghiu avem

$$h_a h_b \cos C + h_b h_c \cos A + h_c h_a \cos B = S(\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C)$$
$$= 4S \sin A \sin B \sin C.$$

GH. B.

Clasa a XI-a. *Exerc. 1061.* Să se afle valoarea expresiei

$$E = \frac{\sqrt{x + a^2} - a + \sqrt{x}}{\sqrt{x + a^2} - a + i\sqrt{x}}$$

pentru $x = 0$ (fără regula lui HOSPITAL).

C. I. Ţ.

XI. 1062. Să se calculeze limitele expresiilor

$$\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} - 2}{\sqrt{x+2} \pm \sqrt{x-2} - 2\sqrt{x-1}}$$

pentru $x = 2$.

C. I. Ţ.

XI. 1063. Să se afle limita expresiei

$$y = \left(3 - \cos x - 2 \sin \frac{x}{2} - 2 \cos \frac{x}{3}\right)^{tg \frac{x}{2}},$$

când $x \to \pi$.

V. C.

XI. 1064. Să se studieze şi să se reprezinte grafic, funcţia

$$y = \pm \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{x - 1}.$$

N. N. A.

XI. 1065. Să se determine α astfel ca polinomul

$$f(x) \equiv 20x^4 - (20\alpha + 8)x^3 + 19x^2 + (25\alpha + 2)x - 10\alpha$$

să fie divizibil cu $2x - 3$. Apoi să se rezolve ecuaţia $f(x) = 0$.

V. C.

XI. 1066. Să se arate că polinomul:

$$P(x) = (x - a)^{2n} + (x - b)^{2n} - (a - b)^{2n}$$

se divide prin produsul:

$$(x - a)(x - b).$$

Să se determine câtul diviziunii, folosind formula lui TAYLOR. Să se determine acest polinom şi pe cale directă.

C. C.

XI. 1067. Fie ecuaţia:

$$x^3 + 2x^2 - ax + b = 0.$$

Să se determine a şi b, ştiind că ecuaţia are o rădăcină dublă şi că $8r$, a, b, sunt în progresie aritmetică, r fiind valoarea rădăcinii duble.

E. M.

XI. 1068. Să se rezolve ecuaţia

$$x^4 + ax^3 - 3x^2 + b(2x - 1) = 0$$

ştiind că admite două rădăcini opuse şi celelalte două inverse.

I. I. S.

XI. 1069. Să se rezolve ecuația

$$x^{\pm\sqrt{N}} - e^2 = 0$$

în care

$$N = 9\log^4 x + 28\log^2 x - 33.$$

(Logaritmii sunt luați în baza e).

H. D.

XI. 1070. Să se calculeze integralele

$$I = \int \frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}dx \quad , \quad J = \int \frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}dx$$

N. M.

Exerciții generale. *Exerc. 941.* Se notează cu a_1, a_2, a_3, a_4 laturile consecutive A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_1 ale unui patrulater inscriptibil într'un cerc O. Păstrând vârfurile A_1, A_2 fixe se construesc alte 5 patrulatere inscriptibile în cercul O, tot cu laturile a_2, a_3, a_4 luate în diferite alte ordine. Să se arate că toate aceste patrulatere se închid tot în A_1.

GH. B.

E. G. 942. Bisectoarea interioară a unghiului A din triunghiul ABC se intersectează cu latura BC în punctul D; perpendiculara din D pe bisectoarea AD se intersectează cu laturile AB, AC în punctele E, F.

Să se arate că axa radicală a cercurilor ABC, AEF este simediana corespunzătoare vârfului A în triunghiul ABC.

C. C.

E. G. 943. Se dă patrulaterul ABCD, înscris. AB se intersectează cu CD în M; AD se intersectează cu BC în N; tangentele la cerc din punctele M și N ating cercul in E, F respectiv G, H. Să se arate că dreptele AC, BD, EF, GH sunt concurente.

NICOLAE I. ȚOPA.

E. G. 944. Se dau trei cercuri O_1, O_2, O_3 concurente în ω și care se mai taie în α, β, γ. Pe O_1 se ia un punct mobil M și se duc dreptele $M\gamma$, $M\beta$ care taie pe O_2 respectiv O_3 în P și Q.

1°. Să se demonstreze că dreapta PQ trece printr'un punct fix.

2°. Să se găsească locul geometric al mijlocului segmentului PQ.

E. A. DODU.

E. G. 945. Știind că suma a patru numere în progresie geometrică este 15 și suma patratelor celor patru numere este 85, să se găsească numerele.

FRIEDRICH N. LENZ.

E. G. 946. Se dă ecuația

$$x^n + p_2 x^{n-2} + p_3 x^{n-3} + \ldots + p_n = 0$$

cu rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, + x_n$ și se notează

$$S_k = \frac{x_1^k + x_2^k + \ldots + x_n^k}{k}.$$

Să se arate că

$$S_2 S_5 - 2 S_3 S_4 = p_2 p_5 - 2 p_3 p_4 .$$

Caz particular, $n = 3$.

M. I. A.

E. G. 947. Dacă $x + y + z = 45^0$, avem relația

$$\Sigma \sin 2x + \Sigma \cos 2x = 4\sqrt{2} \cos x \cos y \cos z.$$

C. I. Ț.

E. G. 948. Arcele x, α, β, γ fiind arbitrare, avem

$$\Sigma \cos^2 \gamma \sin (x - \alpha) \sin (x - \beta) \sin (\alpha - \beta)$$
$$= - \cos^2 x \sin (\alpha - \beta) \sin (\beta - \gamma) \sin (\gamma - \alpha),$$

permutările de sub Σ privind numai arcele α, β, γ.

CRISTIAN D. STĂNESCU.

E. G. 949. Dacă y este dat de relația

$$e^y = \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{\sin x}$$

să se arate că

$$y (y' + y''') \cos^2 x + (y + y'') (y' - 1) = 0.$$

GH. ȘT. PĂUNESCU.

E. G. 950. Să se stabilească natura seriei cu termenul general

$$u_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^5 + 2}} \operatorname{arctg} \frac{2n + 1}{\sqrt[4]{n^7 + 15}}.$$

V. C.

Aritmetică şi teoria numerelor. *Exerc. 38.* Dacă x şi y sunt două numere întregi prime între ele, numerele $N = x^2 \pm xy + y^2$ sunt numere impare.

O. N. Ţ.

A. 39. Condiţia necesară şi suficientă pentru ca numărul $N = x^2 - xy + y^2$ să fie divizibil cu 3, este ca suma numerelor întregi x şi y să fie divizibilă cu 3.

x şi y fiind numere întregi, dacă numărul $N = x^3 + y^3$ este divizibil cu 3, el este divizibil asemenea cu 3^2.

O. N. Ţ.

A. 40. Pentru ca între numerele întregi x şi y să poată să existe relaţia

$$x^3 + y^3 = (y + x)^3,$$

trebue neapărat ca x să fie un număr de forma $(6p + 1)$.

O. N. Ţ.

A. 41. Să se rezolve congruenţa

$$2520\,x \equiv 385 \pmod{3395}$$

O. N. Ţ.

A. 42. Să ce arate să sistemul de congruenţe

$$23x \equiv 42 \pmod{36};\quad 5x \equiv \pmod{24};\quad 55x \equiv 48 \pmod{54}$$

este compatibil şi să se rezolve.

O. N. Ţ.

ERATĂ. La pag. 185. lic. Nr. 2, rândul 1, înaintea ex. 1121* se va pune IX, în loc de VIII.

La pag. 186, rândul 2 de jos, după X: 1100 se va pune paranteză, şi se va intercala: DUMITRESCU V. VLAD.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

INSTRUCȚIUNI

Pentru redactarea și trimiterea soluțiunilor exercițiilor publicate în *Gazeta Matematică Supliment cu exerciții* se vor avea în vedere *Instrucțiunile* publicate în primele două numere.

Abonamentul anual la Suplimentul cu Exerciții este de 200 Lei și se poate trimite pe adresa: Casa „Gazeta Matematică", Calea Griviței 158 București, prin mandat poștal sau cont CEC Nr. 26.220.

Elevii claselor IX, X și XI, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității rezolvând și probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca Societății „Gazeta Matematică" au apărut și se găsesc următoarele:

IV. **A. G. Ioachimescu,** *Culegere de Probleme de Mecanică.* Ediția a III-a. Revăzută și adăugită de *Gabriela Țițeica* . . . . . Lei 270

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 90

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 450

XIX. **V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Trigonometrie.* Partea III-a (Trigonometrie sferică). Revăzută și adăogită de G-ralul **Gh. I. Liteanu.** Lei 130

XX. **I. I. Chițulescu,** *Culegere de probleme de Geometrie Descriptivă.* Partea I . . . . . Lei 160

XXI. **M. Ghermănescu,** *Trigonometria plană și sferică cu aplicații la Artilerie, Analitică, Mecanică, Topografie, Astronomie, etc.* . . Lei 450

XXII. **G. Țițeica,** *Culegere de Probleme de analitică.* Ediția II. Partea II adăogită de **N. G. Botea** și **C. Ionescu-Bujor** . . . . . Lei 230

XXIII. **Gazeta Matematică** 1895—1945 (Decada 5-a Istoric), învățăminte. Volum jubilar (288 pag.) . . . . . Lei 90

XXIV. **A. G. Ioachimescu,** *Mecanică rațională,* Curs predat la Școala Politehnică din București, revăzut și adăugit după îndrumările autorului, de *Gabriela Țițeica* și *Al. Stoenescu* . . . . . Lei 1.000

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

I. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile I — VI de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . . . . Lei 300

II. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile VII—IX de Aritmetică și Cartea X a Iraționalelor), tradusă din limba greacă de **V. Marian** Lei 360

III. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile XI—XIII de Geometrie în spațiu; Cartea XIV a lui HYPSICLE și Cartea XV (apocrifă), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 180

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE"
(Tipărită din fondul Anghel Saligny)

I. **Ion Ionescu,** *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcțiune și a principiilor de calcul.* (Ediția II-a) . . . . . Lei 90

Biblioteca Matematică „GEORGE ȚIȚEICA"

I. **Ion Ionescu,** *Maxime și minime geometrice* Lei 230

Pentru volumele din Colecția și Biblioteca „Gazeta Matematică" de trimis în provincie se va plăti anticipat un plus de 15% din preț pentru taxele de expediție.

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul începe dela 15 Septembrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an. Abonamentul costă . Lei 400

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALĂ — C. 14.925

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 9 1 IUNIE 1949

9694

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2 — TELEFON 7-3803

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XV. No. 9 — 1 IUNIE 1949

ABONAMENTUL LEI 200 PE AN (9 numere)

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa: ING. C. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

REDACŢIA S. E. G. M. ANUL XV

Indrumător: O. N. ŢINO.

Pentru exerciţii propuse: MIRCEA ADAM (M. I. A); N. N. ANIŢESCU (N. N. A); G. BUICLIU (GH. B.); VIRGIL CLAUDIAN (V. C.); CEZAR COŞNIŢĂ (C. C.); HRISTACHE DĂSCĂLESCU (H. D.); C. IONESCU-ŢIU (C. I. Ţ.); EMILIAN MEREUŢĂ (E. M.): N. N. MIHĂILEANU (N. M.); I. I. STAMATE (I. I. S.); G. D. SIMIONESCU (G. D. S.); OVIDIU ŢINO (O. N. Ţ.); EUGEN VIŞA (E. V.).

Pentru corectarea soluţiilor elevilor: N. N. MIHĂILEANU (liceele din oraşele cu iniţialele A—B); ANA IOAN (idem, C—N); C. IONESCU-ŢIU (idem, O—Z).

Coordonarea materialului, redactarea exerciţiilor rezolvate, clasificarea corespondenţilor şi corecturi: N. N. MIHĂILEANU.

EXERCIŢII REZOLVATE [1]

Clasa a VI-a. *Exerc. 10. O gospodină cumpără 100 kg. de cartofi dela o căruţă de pe stradă, plătind 15 lei pe kg. A doua zi împrumută un cântar dela vecini şi cântărind cartofii găseşte numai 80 kg. Dacă ar fi cumpărat cartofii din piaţă dela un Magazin de Stat, n'ar fi avut nici-o lipsă la cântar şi ar fi plătit 5 lei pe kg. Ce pagubă a avut, prin graba cumpărării dela un vânzător fără cântar verificat?*

GH. B.

Soluţie. Gospodina a cumpărat 80 kg. cartofi cu

$$100 \times 15 = 1500$$

lei, în loc de

$$80 \times 5 = 400$$

lei; paguba ei este de 1100 lei.

1) In această rubrică publicăm numai schiţe de soluţii.

Clasa a VIII-a: *Exerc. 1113. Să se arate că avem identitatea*

$$\Sigma\, x(y-z)(y+xz-2yz)^2 = -9xyz(x-y)(y-z)(z-x).$$

V. C.

Soluție dată de d-l CLAUDIU C. IONESCU-BUJOR. Notăm $yz = a$, $zx = b$, $xy = c$ și relația devine

$$\Sigma\,(b-c)(b+c-2a)^2 = 9(b-a)(c-b)(a-c)$$

sau $$\Sigma\,(b-c)[(b+c-2a)^2 + 3(b-a)(a-c)] = 0.$$

In ultima paranteză avem expresia simetrică

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

pe care o putem da factor comun.

VIII. 1115. Dacă

$$(a-1)(c-1) = (b-1)(d-1),$$

avem

$$\frac{a+b-2}{c+d-2} + \frac{a-b}{c-d} = 0.$$

C. I. Ț.

Soluție. Scriem relația de condiție ca o proporție, adunăm numărătorii între ei și numitorii între ei, apoi procedăm la fel, prin scădere

$$\frac{a-1}{d-1} = \frac{b-1}{c-1} = \frac{a+b-2}{c+d-2} = \frac{a-b}{d-c}.$$

VIII. 1118. Expresia

$$E = (1+a)^2(1+a^2+a^4)^2 - a^5$$

se divide prin

$$F = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6.$$

I. I. S.

Soluție[1] Avem

$$E = (1+a+a^2+a^3+a^4+a^5)^2 - a^5 = (F-a^6)^2 - a^5 =$$
$$\text{mult. } F + a^{12} - a^5 = \text{mult. } F + a^5(a^7-1).$$

Dar $$a^7 - 1 = (a-1).F.$$

---

1) Redactată după soluția d-lui KOSTAKE TELEMAN.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1131. Să se afle rădăcinile reale ale ecuației*

$$\sqrt[3]{a^2-\sqrt[4]{x}}+\sqrt[3]{a^2+\sqrt[4]{x}}=\sqrt[3]{2a^2}.$$

V. C.

Soluție. Insemnăm primul radical cu u, pe al doilea cu v și ridicăm la cub

$$u^3+v^3+3uv\,(u+v)=2a^2.$$

Dar:

$u^3+v^3=2a^2$, $u+v=\sqrt[3]{2a^2}\neq 0$, $v\neq 0$ deci $u=0$, adică $x=a^8$.

IX. 1137. Să se calculeze expresiunea

$$\log_7\left(\sqrt{343:49^{-\frac{3}{2}}}\right)-\log_8\left(128\sqrt[4]{2\times 4^{-\frac{5}{6}}}\right)$$

V. C.

Soluție. Avem $343=7^3$ deci prima paranteză devine

$$\sqrt{7^3:7^{-3}}=7^3;$$

pentru a doua paranteză scriem ca puteri de 2 și avem

$$2^7\cdot\sqrt[4]{2\cdot 2^{-\frac{5}{3}}}=2^7\cdot 2^{-\frac{1}{6}}=2^{\frac{41}{6}}\quad 8^{\frac{41}{18}}.$$

Atunci

$$\log_7 7^3-\log_8 8^{\frac{41}{18}}=3-\frac{41}{18}=\frac{13}{18}.$$

Clasa a X-a. *Exerc. 1030. Să se afle limita expresiei*

$$y=\frac{\operatorname{tg}(\sqrt{x\quad 2}-\sqrt{2x})}{\sin(x^2-6x\quad 8)}$$

când $x\to 2$. V. C.

Soluție. Notăm

$$\sqrt{x\quad 2}-\sqrt{2x}=\alpha\quad,\quad x^2-6x\quad 8=\beta$$

deci

$$y=\frac{1}{\cos\alpha}\cdot\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cdot\frac{\beta}{\sin\beta}\cdot\frac{\alpha}{\beta}.$$

Primii trei factori au limita 1, când x tinde către 2 sau α şi β către zero. Atunci

$$\lim y = \lim \frac{\alpha}{\beta} = \lim \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{x^2 - 6x + 8} =$$

$$\lim \frac{2-x}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{2x})\ (x-2)\ (x-4)} = \frac{1}{8}\ .$$

Clasa a XI-a. *Exerc. 1004. In desvoltarea*

$$(1 - x + 2x^2)^5$$

să se afle coeficientul lui x^6.

N. M.

Soluţia întâia. Desvoltând, avem

$$(1-x)^5 + 10x^2\ (1-x)^4 + 40x^4\ (1-x)^3 + 80x^6\ (1-x)^2 + 80x^8\ (1-x) + 32x^{16}$$

singurii termeni, din desvoltarea cărora putem scoate pe x^6 sunt: al doilea, al treilea şi al patrulea cu coeficienţii

$$10 + 120 + 80 = 210$$

Soluţia a doua. Folosim formula

$$(a+b+c)^m = \Sigma \frac{m!}{\alpha!\ \beta!\ \gamma!} a^\alpha\ b^\beta\ c^\gamma \quad (\alpha + \beta + \gamma = m)$$

în cazul $m = 5$, $a = 1$, $b = -x$, $c = 2x^2$.

Pentru ca să avem $\beta + 2\gamma = 6$, putem lua

$$\alpha = 0,\ \beta = 4,\ \gamma = 1 \quad \text{deci} \quad \frac{5!}{4!} \times 2 = 10$$

$$\alpha = 1,\ \beta = 2,\ \gamma = 2 \quad \text{deci} \quad \frac{5!}{2!\ 2!} \times 4 = 120$$

$$\alpha = 2,\ \beta = 0,\ \gamma = 3 \quad \text{deci} \quad \frac{5!}{2!\ 3!} \times 8 = 80.$$

XI. 1006. Să se determine m *aşa fel ca rădăcinile sistemului*

$$(m+1)x - my = 1 \quad , \quad (2m+1)x - y = m+2$$

să fie proporţionale cu 2 şi 3. I. I. S.

Soluţie. Scriem că $x=2k$, $y=3k$ verifică sistemul. Impărţind ecuaţiile parte cu parte, rămâne

$$\frac{2(m+1)-3m}{2(2m+1)-3} = \frac{1}{m+2}$$

din care se determină uşor $m = 1$ şi -5.

XI. 1017. Fie $f(x) = \int_0^x \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$.

Să se arate că $3f(3) = 4f(1)$. N. M.

Soluţie. Punem $x = t^2$; integrala nedefinită devine

$$\int \frac{2t\,dt}{(t^2+1)t} = 2\int \frac{dt}{1+t^2} = 2\operatorname{arctg}\sqrt{x};$$

atunci, cu determinarea principală a lui $\operatorname{arctg} x$,

$$f(3) = 2\operatorname{arctg}\sqrt{3} = 2\frac{\pi}{3} \quad ; \quad f(1) = 2\operatorname{arctg} 1 = \pi.$$

XI. 1019. Să se arate că

$$\int_0^\infty (x^3 - 6)\,e^{-x}\,dx = 0.$$ N. M.

Generalizare dată de d-l KOSTAKE TELEMAN: Avem,

$$\int_0^\infty (x^n - n!)\,e^{-x}\,dx = 0$$

fiindcă [1] $I(n) = \int_0^\infty x^n e^{-x}\,dx = n!$, $I(0) = \int_0^\infty e^{-x}\,dx = 1$.

---

1) Relaţie cunoscută în analiză. De altfel

$$I(n) = -\int_0^\infty x^n\,de^{-x} = -x^n e^{-x}\Big|_0^\infty + n\,I(n-1);$$

termenul integral este nul; atunci

$I(n) = n\,I(n-1)$, $I(n-1) = (n-1)\,I_{n-2}$, ... $I(2) = 2\,I(1)$, $I(1) = I(0) = 0$.

Exerciţii generale. *Exerc. 882. Fie* H, *ortocentrul triunghiului* ABC *şi* O' *simetricul centrului cercului circumscris faţă de latura* BC. *Să se demonstreze că* O' H *este perpendiculară pe tangenta în* A *la cercul* ABC.

GH. B.

Soluţie. Dacă M este mijlocul laturei BC se ştie că

$$\overline{AH} = 2\,\overline{OM} = \overline{OO'};$$

figura AHO'O este un paralelogram deci O'H este paralelă cu raza AO.

E. G. 885. Să se arate că egalitatea

$$xy + yz + zx = 1$$

este identic verificată, dacă se fac înlocuirile

$$x = \frac{a^2 - 1}{2a}\ ,\quad y = \frac{b^2 - 1}{2b}\ ,\quad z = \frac{c^2 - 1}{2c},$$

a, b, c fiind legaţi prin relaţia

$$a + b + c = abc$$

C. C.

Soluţie. Inlocuim

$$a = \operatorname{tg}\alpha\ ,\quad b = \operatorname{tg}\beta\ ,\quad c = \operatorname{tg}\gamma \qquad (\alpha+\beta+\gamma=\pi).$$

Obţinem

$$x = -\operatorname{cotg} 2\alpha\ ,\quad y = -\operatorname{cotg} 2\beta\ ,\quad z = -\operatorname{cotg} 2\gamma.$$

Relaţia de verificat, devine

$$E = \Sigma xy = \Sigma \operatorname{cotg} 2\alpha \,.\, \operatorname{cotg} 2\beta = 1.$$

Această relaţie este cunoscută, mai general, sub forma

$$\Sigma \operatorname{cotg} u \,.\, \operatorname{cotg} v = 1, \quad \text{dacă} \quad u + v + w = k\pi$$

şi este echivalentă cu

$$\operatorname{tg} u + \operatorname{tg} v + \operatorname{tg} w = \operatorname{tg} u \,.\, \operatorname{tg} v \,.\, \operatorname{tg} w.$$

E. G. 893. Se dau două cercuri exterioare şi se duc tangentele lor comune. Se duc apoi cercurile care au ca diametre segmentele din aceste tangente, limitate la punctele de contact respective. Să se demonstreze că aceste patru cercuri au două puncte comune. C. C.

Soluţie dată de d-l SILVIU TELEMAN. Fie O_1, O_2 cercurile date, T_1T_2 o tangentă comună; cercul descris pe T_1T_2 ca diametru este ortogonal cercurilor date; dar toate cercurile ortogonale la două cercuri date fac parte dintr'un fascicol (F) având ca bază axa radicală a cercurilor O_1, O_2 şi ca axă radicală, linia O_1O_2. Fascicolul cercurilor O_1, O_2 fiind de genul I (cercuri secante în puncte imaginare), fascicolul conjugat (F) este de genul II (cercurile lui sunt secante în puncte reale).

E. G. 894. Fie H *ortocentrul triunghiului* ABC, *iar* M, N, P *centrele cercurilor* HBC, HCA, HAB *respectiv. Dreptele* HM, HN, HP *se intersectează cu laturile* BC, CA, AB *respectiv în* D, E, F. *Să se arate că dreptele* AD, BE, CF *sunt concurente într'un punct* Q *şi să se precizeze poziţia punctului* Q. C. C.

Soluţie. In triunghiul BHC, înălţimea HA' şi diametrul HM sunt ceviene isogonale; avem atunci, relaţia lui STEINER [1]

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = \frac{\overline{HB^2}}{\overline{HC^2}}.$$

Scriind şi relaţiile analoage şi înmulţindu-le, justificăm prin reciproca teoremei CEVA, că AD, BE, CF sunt concurente. Dacă mai ţinem seama că

$$\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = \frac{\sin C \cos B}{\sin B \cos C}, \quad \frac{\overline{HB}}{\overline{HC}} = \frac{\sin HCB}{\sin HBC} = \frac{\cos B}{\cos C}$$

relaţia precedentă devine

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} = \frac{\sin 2B}{\sin 2C};$$

Q este punctul de coordonate baricentrice

$$1 : \sin 2A \quad , \quad 1 : \sin 2B \quad , \quad 1 : \sin 2C$$

deci Q este reciprocul centrului cercului circumscris.

---

1) G. ŢIŢEICA: *Culegere de probleme de Geometrie*, pag. 46.

E. G. 899. Dacă înălțimile $h_a < h_b < h_c$ *ale unui triunghiu sunt în progresie aritmetică, să se arate că bisectoarea corespunzătoare înălțimii mijlocii este dată de relația*

$$l_b = b \cos \frac{B}{2}.$$

PETRE P. TEODORESCU

Soluție. Dacă înălțimea din B este medie aritmetică între celelalte două, latura b este medie armonică între a și c.

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \quad \therefore \quad b = \frac{2ac}{a+c}$$

Dar bisectoarea este dată de relația

$$l_b = \frac{2ac}{a+c} \sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}} = b \cos \frac{B}{2}$$

E. G. 900. Să se arate că dacă $A+B+C+D = 2\pi$, *atunci*

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C + \operatorname{tg} D = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} D + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} C \operatorname{tg} D + \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C \operatorname{tg} D.$$

V. C.

Soluție. Se cunoaște relația

$$\operatorname{tg}(A+B+C+D) = \frac{\Sigma \operatorname{tg} A - \Sigma \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C}{1 - \Sigma \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B}$$

și în condițiile din enunț, numărătorul este nul.

A. 14. Să se arate că expresia

$$E = 2^3 . 10^{2n+3} + 10^{2(n+1)}(1 + n . 10^{-n}) + n(2^{n+4} . 5^{n+1} + n)$$

este un patrat perfect. Verificare pentru $n = 3$.

H. D.

Soluție. Expresia se mai poate scrie

$$E = 10^{2n+2}(2^3 . 10 + 1) + n(10^{n+2} + 2^{n+4} . 5^{n+1}) + n^2$$
$$= 9^2 . 10^{2(n+1)} + 2 . 9 . n . 10^{n+1} + n^2 = (9 . 10^{n+1} + n)^2.$$

Până la 10 Mai 1949, am primit soluții bune la exercițiile propuse în numerele 5, 6, 7 și , vol. XV, dela [1]:

Liceul teoretic mixt, Alexandria.

Clasa a X-a: LĂZĂRESCU P. ILIE (XI: 1039, 40, E. G.: 936, A: 37).

Liceul teoretic de băieți, Arad.

Clasa a XI-a: PERNEVAN I. STELIAN (XI: 1031, 3, 4, 6, 9, E. G.: 919).

Liceul teoretic de băieți, Bacău.

Clasa a X-a: ȚIPA D. DUMITRU (X: 1102, 3, 4, 6, 7*, 9, 13, 4, 7, 8*, 9, E. G.: 924*).

Liceul mixt, Baia de Arieș-Turda.

Clasa a VIII-a: POPA I. GHEORGHE (VIII: 1131, 5).

Liceul mixt, Beiuș.

Clasa a VIII-a: KISS M. MIHAI (VIII: 1129, X: 1117).

Clasa a IX-a: DRAGOȘ N. LAZĂR (IX: 1141, 2, 3*, 5, 6, 7, 8, 9, 52, 3, 5, 7, 8*, 61, 2, 3, 6*, X: 1102, 3*, 5, 13, 4, 5*, 6, 7*, 27*, XI: 1031, E. G.: 917, 21, 9, 34*, A: 30).

Liceul „Orfelinat", Bistrița-Vâlcea.

Clasa a VI-a: DUMITRESCU I. CONSTANTIN (VII: 379, VIII: 1131); MONAFU I. SEVER (VI: 14, VII: 376, 9, VIII: 1131).

Clasa a VII-a: GOGÂȚĂ D. IONEL (VII: 376, VIII: 1131); LUMINEA V. VASILICA (VIII: 1123); MURĂRETE MARIA (VII: 376, 9); PĂUNESCU TATIANA (VII: 376, 9); POPESCU V. MARIANA (VII: 376, 7).

Clasa a VIII-a: ENĂCHESCU A. ADINA (VIII: 1121, 4, IX: 1141, X: 1110).

Liceul mixt, Blaj.

Clasa a XI-a: MĂRGINEAN A. GHEORGHE (XI: 1036*, 40).

Liceul de fete, Brăila.

Clasa a VIII-a: CONDRUȚ I. MARIA (VIII: 1125, 47).

Liceul teoretic de băieți, Brăila.

Clasa a XI-a: BUZDUGAN V. VIRGIL (E. G.: 911*, 3, 4*, 6, 8, A: 25); MOROIANU D. AUREL (XI: 1038, E. G.: 920).

Liceul mixt maghiar, Brașov.

Clasa a IX-a: KAVAVI I. ZOLDAN (IX: 1141); LIESS A. EVA (IX: 1151); MURANSZKY I. MAGDALENA (IX: 1142).

---

[1]) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu foarte bine rezolvat și foarte îngrijit redactat.

Liceul teoretic de fete Nr. 1, Bucureşti.

Clasa a VI-a: HALISKI C. ANCA (VI: 13*, 4); NEDELCU I. CAMELIA (VI: 16*, 7, 8*).

Clasa a VII-a: MEHEDINCU SANDA (VII: 376, 7*, 8*).

Clasa a VIII-a: TUDOROIU M. VALI (VIII: 1122, 3, 4*, 5, 6, 8, IX: 1141, E. G.: 917).

Clasa a IX-a: BĂDESCU AURELIA (IX: 1143*, 53, 5, 8, 9, 62, 3, 8, E. G.: 27, 9).

Clasa a X-a: CRISTESCU I. SMARANDA (X: 1101, 2, 6, 10); PETCU AL. LUCIA (X: 1101, 2, 3*, 4*, 10*, 21, 2, 3, 4*, 6*, XI: 1031*, 40, E. G.: 917, A: 30).

Liceul teoretic de fete Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VII-a: DRAGOMIR ANCA (VII: 380*).

Liceul teoretic de fete Nr. 5, Bucureşti.

Clasa a VII-a: COSTIN AL. GABRIELA (VII: 376, 7*, 8*, 9*, 80*, 2*, 4*).

Liceul teoretic de fete Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a XI-a: PETRESCU GH. LUCREŢIA (XI: 1023, 39, 40, 4, 7, A: 36*, 7*).

Liceul teoretic de fete Nr. 9, Bucureşti

Clasa a VIII-a: BUŻENCHI C. JOSETTE (VIII: 1121, 2, 5, 6, 7, 8, 30*, 1, 3*, 7*, 8, 41, 2, 7*, 8*, 51, X: 1110, A: 30).

Liceul teoretic de fete Nr. 10, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: NICOLESCU AL. ILEANA (VIII: 1141, 2, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8, 9*, 50*, 1, 2, 4, 5, 6*, 7*, 60*, E. G.: 934).

Liceul teoretic de fete Nr. 12, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: LATTER A. GHERDA (VIII: 1121, 2, 4, 5, 6*, 7, 30*, 1, 5, 8, 43*, 4*, 7, X: 1110); POMPONIU I. ANCA (VIII: 1124, 41, 8*); PROTOPOPESCU E. MARIELA (VIII: 1121, 2, 4, 6*, 7, 8, 30*, 1, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 41, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8*, 50*, IX: 1141, X: 1106, 10, A: 30).

Clasa a XI-a: NICOLESCU LILI (XI: 1052*, 3*, 4, 5*, 6, 7*, E. G.: 940*).

Şcoala elementară de fete, Băneasa-Bucureşti.

Clasa a V-a: CONSTANTINESCU O. MARIANA (VI: 20*); GEORGESCU E. ILEANA (VI: 20).

Clasa a VI-a: OLARU V. GABRIELA (VI: 17, 20); RADU M. ELENA (VI: 17, 21); VINTERLIC I. ANA (VII: 379).

Clasa a VII-a: DUMITRESCU GR. VIRGINIA (VII: 384*).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 1, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: MANTA D. MIHAI (VIII: 1121, 3, 4, 5, 6, 7*, 8, 9, IX: 1141, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, X: 1101, 2, 3, 4, 6, 7*, 10, XI: 1031, 2, 3, 6, 9, 40, E. G.: 916, 7); VEZEANU F. PETRE (VIII: 1122, 3, 4, 5, 8, 9, 37, 8, IX: 1141, 5, 7, X: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 9, 10*, 7*, 27*, XI: 1048, 55, A: 25).

Clasa a X-a: IANCULESCU R. GH. (X: 1111*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8*, 9*, 20*, 1*, 2*, 3, 4*, 5, 7*, 8*, 9*, 30*, E. G.: 920*, A: 27, 9, 30); STĂNESCU D. CONSTANTIN (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 9, 10*, A: 21, 5, 9, 30).

Clasa a XI-a: Ţopa I. Nicolae (XI: 1031, 2, 3, 4*, 6, 7*, 9, 40, 2, 3, 4, 7, 8, 50*, E. G.: 912, 3, 6, 7, 8, 9, 20*).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Bedrosian C. Bedros (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30*, IX: 1141, 2, 3, 7, X: 1106, 8*, 10, XI· 1031, 3, 9, 40, E. G.: 913*, 6, 7, 9, A: 22); Constantinescu Eustaţiu (VIII: 1131, 2*, 5, 7); Frăsin C. Radu (VIII: 1127, 30, IX: 1143*, X: 1106); Ghiţă E. Ion (VIII: 1125, 6, X: 1110); Juster M. Dan (VIII: 1124*, 6, 7, 8, 9, 30*, IX: 1142, 5, 6, 7, X: 1105, 6, 8*, 10*, XI: 1033, 4*, 9, 40, E. G.: 913, 6, A: 22); Leon M. Iancu (VIII: 1121, 2, 4, 7, 8, 9, 30, IX: 1142, 3, 7, X:, 1106, 10, 39, 40, E. G.: 912, 6, 7, 9, A: 25); Lumânare V. Florea (VIII: 1122, 6, 8, 9, 40, IX: 1142, X: 1106); Piram S. Mauriciu (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, IX: 1141, 2, X: 1106, 10); Roitman N. Ily (VIII: 1130*, IX: 1143*, 4*, 6, 7, 9, X: 1106, 8*, XI: 1033, E. G.: 916, 8); Zaidman D. Sami (VIII: 1121, 38, 9, 40, 5, 7, 8, IX: 1147, 8, 9, X: 1108, 10, 7, A: 22).

Clasa a X-a: Grama N. Nicolae (XI: 1039, E. G.: 911*, 3, 6, 7, 8, 9); Leibovici A. Armand (X: 1110*, 21, E. G.: 919).

Clasa a XI-a: Georgian N. Nicolae (XI: 1031, 2, 3, 4, 7, 9, 40, E. G.: 919); Lenz N. Friedrich (XI: 1053*, 4, E. G.: 928, 30*, 4*, 8*, 49*, A: 25).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 3, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Daneş F. Florin (VIII: 1122, 4, 7, 8, 30*, 3*, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, 40, 1, 2, 3*, 4*, 5, 7, 8, 9*, IX: 1143*, 52, 3, 7, 66*, X: 1106, 17, E. G.: 911*, 3, 6, 9, 21, 2*); Ionescu Bujor C. Claudiu (VIII: 1121*, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 30*, IX: 1141, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 50*, X: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1031*, 2*, 3, 4*, 5*, 6, 9, 40, E. G.: 912, 3, 4*, 6, 7, 8, 9, A: 21, 2, 5); Oancea L. Nicolae (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, X: 1110); Popovici E. Mirel (VIII: 1121, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30*, IX: 1141, 2, 5, 6, 7, 8, 9, X: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1032, 5*, 6*, 9, 40, E. G.: 916, 7, 9); Stroia Gh. Gheorghe (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6).

Clasa a IX-a: Gabrielescu Marian (IX: 1141, 2, 5, 6, 7, 8, X: 1102, E. G.: 919); Istodor C. Valentin (IX: 1141, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9*, 50*, X: 1101, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1031, 2*, 3, 4*, 6, 9, 40, E. G.: 913, 6, 8, 9); Tomescu Gh. Mircea (IX: 1143*, 4*, 5, 6, 9*, 50*, X: 1103, 4, 5, 7*, 10*, XI: 1032, 6, 40, E. G.: 913, 7, 8, 9, A: 22).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 4, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Dobrescu M. Şerban (VIII: 1123, 4, 8).

Clasa a X-a: Popescu C. Nicolae (X: 1101, 2, 3*, 4*, 5, 6, 9).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 5, Bucureşti.

Clasa a VIII-a: Chiriţă Vasile (VIII: 1121, 7, 8, 33, 5, 7, 8, 9, IX: 1141, 2, X: 1108*, XI: 1031, E. G.: 913, A: 27); Mihăilescu C. Nicolae (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 31, 2*, 4, 5, 7, 8, 9, 40, IX: 1141, 2, 3*, 4, X: 1106, 8*, 10*, XI: 1033).

Clasa a X-a: Căpăţână N. Vasile (X: 1101, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10, XI: 1031, 4, 5*, 6, 40, E. G.: 918, 9, 20*, A: 22); Lovin C. Martinian (X: 1101,

2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1031, 2, 3, 4, 5*, 6, 9, 40, E. G.: 913, 6, 7, 8, 9, A: 22); Spinzi S. Maximilian (X: 1101, 2, 3, 4, 6, 7*, 9, XI: 1031, 6, E. G.: 919); Vasile Gh. Tudor (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 9, XI: 1031, 4, 5*, 6, 40, E. G.: 917, 8, 9).

Liceul teoretic de băieți Nr. 7, București.

Clasa a VII-a: Monciunschi B. Petre (VII: 376, 7, 8*, VIII: 1125, 6, 8, 9, IX: 1141, 8, 9, 1102, 3, 6, 8, 9).

Clasa a VIII-a: Băcioiu N. Adrian (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 9, A: 22); Dumitrescu V. Șerban (VIII: 1124, 5, 7, 8, 9, 30*, 1, 42, 7, IX: 1141, 2, X: 1110); Dumitrescu V. Vlad (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30*, IX: 1141, X: 1110); Lazarovici C. Cristian (VIII: 1121, 2, 3, 4, 6, 7, 8*, 9, 30*, X: 1106, 8*, 10, XI: 1031, 8, 9, 40, 7, E. G.: 916, 7, A: 22, 4); Lindenfeld A. Raul (VIII: 1132, 7); Miculescu R. Caius (VIII: 1125, 6, 7, 8, 9, 31, 2*, 4, 5, IX: 1141, 2, X: 1110); Oancea V. Gabriel (VIII: 1123, 4*, 7, 8, 30*, 40, 3*, 4*, 7, 8*, 53, IX: 1143*, 4, 8, 9, X: 1101, 2, 3, 4*, 8*, 10, 4, XI: 1031, 9, 40, 7, E. G.: 916, 7, 36, A: 25); Șerbănescu Șt. Dinu (VIII: 1127, 8, 9, 30, 1, 4, 5, 7, 8, 40, 4, IX: 1142, 4*, 58*, X: 1106, 10, E. G.: 916, 7).

Clasa a X-a: Deleanu I. Aristide (X: 1101, 3*, 4*, 6, 9, XI: 1031*, 2*, 3, 4*, 40, E. G.: 916, 7, 8, 9); Șerbănescu N. Gheorghe (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 7*, 8, 9, XI: 1031, 3, 4, 9, E. G.: 913, 8); Zănescu A. Liviu (X: 1123, 7*, 9*, E. G.: 931, 4*, 6*, 8*).

Clasa a XI-a: Băcioiu Tr. (XI: 1031, 3, 4, 6, 9, 40, E. G.: 916); Dumitrescu V. Dan (XI: 1039, 40); Pomponiu Gh. Gheorghe (XI: 1033, 6, 9, 40, E. G.: 917, 8).

Liceul teoretic de băieți Nr. 8, București.

Clasa a XI-a: Corciovei I. Aretin (XI: 1041, 2, 3*, 4, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 50*, 1*, 2*, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 60*, E. G.: 921, 2*, 3*, 6*, 7, 8, 9*, 31*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 40*, A: 26, 7, 8, 9, 30, 1, 2, 3, 5, 6*, 7*).

Liceul teoretic de băieți Nr. 9, București.

Clasa a VIII-a: Nistor I. Dorin (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 9, 31, 5, 8, 9, 40, 1, IX: 1132, 3, X: 1110).

Clasa a XI-a: Stănescu D. Cristian (XI: 1031, 3, 6 7*, 9, 40, E. G.: 912, 3, 8, 9); Vasiliu M. Mircea (XI: 1031, 3, 4, 7, 8, 9, 40, E. G.: 913, 7).

Liceul teoretic de băieți Nr. 10, București.

Clasa a VIII-a: Mușat Șt. Gheorghe (VIII: 1123, 5, 6); Popovici Șt. Dinu (VIII: 1123, 5, 8, 9, IX: 1141, 2, X: 1106, E. G.: 919).

Clasa a XI-a: Mușat Șt. Ioan (XI: 1031*, 2*, 3, 4*, 5*, 6*, 7*, 8, 9, 40, E. G.: 913*, 6, 7, A: 22); Nicolau D. Cristian (XI: 1033, 6, 9, 40, E. G.: 913, 4*, 6, 7, 9, A: 25).

Liceul teoretic de băieți Nr. 12, București.

Clasa a IX-a: Bădescu I. Alexandru (IX: 1141, 2).

Şcoala tehnică pentru Industria Lemnului, Bucureşti.

Clasa a X-a: Ţurcanu D. Constantin (X: 1107*, 21*, 2, 3, 4*, 5*, 7*, XI: 1034, E. G.: 911, 26*, 7, 9, A: 27).

Şcoala elementară de băieţi Nr. 8, Bucureşti.

Clasa a V-a: Cameniţă Ioan (VI: 13*, 4, 8,* VII: 780).

Clasa a VII-a: Ionescu Bujor C. Odin (VII: 377*, 8*, VIII: 1122, 4, 5, 6, 34, IX: 1141).

Şcoala elementară de băieţi Nr. 42, Bucureşti.

Clasa a VII-a: Diaconescu Ion (VII: 381, 4); Mihai I. Iosif (VII: 381, 4); Miloşescu Grigore (VII: 381, 4); Stancu Gheorghe (VII: 381, 4); Tănăsescu Tănase (VII: 381, 4); Toma Romeo (VII: 381, 4).

Şcoala elementară Dudeşti-Cioplea, Bucureşti.

Clasa a VII-a: Petcu S. Dumitru (VII: 376*, VIII: 1123).

Particulari, Bucureşti.

Clasa a VII-a: Zancă M. Floarea (VII: 376, 9).

Clasa a VIII-a: Ciulacu I. Paraschiv (VIII: 1122, 3, 4, 31, 4, X: 1110); Teleman A. Kostake (VIII: 1121, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 30*, IX: 1141, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9*, 50*, X: 1101, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1031*, 2*, 3, 4*, 5, 6, 9, 40, E. G.: 911, 2, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 8, 9, 20*, A: 17, 22, 4, 5).

Clasa a X-a: Teleman A. Silviu (X: 1101, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10*, XI: 1031*, 2*, 3, 4*, 5, 6, E. G.: 918, 9, A: 21, 2).

Liceul teoretic de fete, Buzău.

Clasa a VIII-a: Ionescu D. Coralia (VIII: 1131, 4, 5, 40*); Stadnicov S. Tatiana (VIII: 1131, 2, 4, 8, 9, 40*).

Liceul teoretic de băieţi Nr. 1, Buzău.

Clasa a VI-a: Tegăneanu C. Constantin (VI: 13*, 4, 5, VII: 376*).

Clasa a VIII-a: Ulm I. Păunel (VIII: 1144, 5, 7).

Clasa a X-a: Avram N. Gh. (X: 1105, 8, XI: 1038, 46, 7, 8, 52, E. G.: 913, 7); Stoian N. Dimitrie (X: 1101, 3, 4, 5, E. G.: 936).

Clasa a XI-a: Bunea C. I. (XI: 1034, 45, 7, 8, E. G.: 918, A: 22, 5, 9).

Liceul de băieţi din Călăraşi, Ialomiţa.

Clasa a X-a: Goicea Ioan (X: 1101, 17, E. G.: 916, 9, 35*, 6, 8); Popescu Gheorghe (XI: 1049, E. G.: 916, 27, A: 30); Rădulescu Atanase (X: 1105, 13, E. G.: 932*, 8, A: 29).

Clasa a XI-a: Ionescu N. Napoleon (XI: 1032, 3, 4, 8, 45*, 6, 50*, 2, 3*, E. G.: 916, 7, 8, 35*, 8*).

Liceul mixt, Câmpina.

Clasa a X-a: Constantinescu Dan (X: 1101*, 2, 3, 4, 5, 7, 9, A: 22); Niculescu P. Nicolae (X: 1101*, 2*, 3*, 4, 5*, 6, 7, 16).

Şcoala tehnică metalurgică, Câmpina.

Anul al II-lea: Petcu Sanda (E. G.: 921, A: 30).

Liceul de fete, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VI-a: POPESCU SANDA (VI: 13, 4).

Clasa a VIII-a: IONESCU FLORICA (VIII: 1123); MIHĂESCU LUCIA (VIII: 1124, 5*, 6, 8, 9, 31, 5).

Liceul „Ioniță Assan", Caracal.

Clasa a VIII-a: TUDORAN CIPRIAN (VIII: 1121, 2*, 3*, 4, 5*, 6, 9*, 31, 8, 40, IX: 1158, X: 1117*, E. G.: 922); VASILESCU CONSTANTIN (VIII: 1122).

Clasa a IX-a: BĂLĂNESCU DUMITRU (IX: 1145, E. G.: 913, 9, A: 25); FLORESCU EUGENIU (IX: 1142, 5, E. G.: 913, 9, A: 25*, 30); IONESCU R. PETRE (IX: 1155, A: 25).

Clasa a X-a: POPA PETRE (X: 1119, E. G.: 913, A: 25, 9, 30).

Liceul tehnic mecanic, Caracal.

Clasa a IX-a: ION I. DUMITRU (IX: 1147, 8, 9*).

Liceul mixt, Caransebeș.

Clasa a VIII-a: CĂLUGĂRU IGOR (VIII: 1110, 22, 3, 5, 6, 7*, 8, 41*); DAMIAN VIRGIL (VIII: 1123, 4, 5, 31, 5); DUMITRU NEAGOE (VIII: 1121, 6, 7*, 8, 9, 32*); GRECEA DANIEL (VIII: 1122, 3); HORESCU ATANASIE (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 30, 41); MIOC PETRU (VIII: 1122, 3, 5, 7, 8); TĂTUCU C. NICOLAE (VIII: 1122, 3, 9).,

Clasa a IX-a: KOVACS ȘTEFAN (IX: 1153, 5*, 8, 9*, 63*).

Liceul de băieți Nr. 1, Cluj.

Clasa a X-a: STOICOVICI OVIDIU (X: 1102, 3, 4).

Liceul de băieți Nr. 3, Cluj.

Clasa a VIII-a: POPA SORIN (VIII: 1120, 21, 2, 3, 4, 5, 6*, 9*, 30, 1, 5*, 6, 7, 8, 9*, 40*).

Liceul de fete Nr. 1, Craiova.

Clasa a VI-a: LISTEVEANU DANIELA (VI: 19, 20 1*).

Colegiul popular „N. Bălcescu", Craiova.

Clasa a IX-a: NICOLAU POMPILIU (IX: 1102, 6, 41, 6, 8, 9, XI: 1031, 40).

Clasa a X-a: FĂCĂOARU ION (X: 1101* 2*, 3, 4*, 5*, 6, 7*, 9*, 10*, 9*, 20, 1*, 2, 3, 4*, 5, 30, 1*, 4*, 40, E. G.: 911, 3, 5*, 9, A: 25, 30); VĂRZARU EMANOIL (X: 1101*, 7, 31*, XI: 1033, 6, 7*, 9, 40, E. G.: 912, 8).

Liceul „Frații Buzești", Craiova.

Clasa a VIII-a: GEORGESCU FLORIN (VIII: 1122, 3, 5, 6).

Liceul teoretic mixt Curtea de Argeș.

Clasa a VII-a: ARPĂȘANU I. GHEORGHE (VII: 376, 7, 8); BONCEA VASILE (VII: 376, 8); DUMITRESCU BENONE (VIII: 376, 7, 8); DUMITRESCU EFTIMIE (VII: 376, 7).

Clasa a VIII-a A: ARON ION (VIII: 1123, 5); CARAGEA NIȚĂ (VIII: 1123); CEAPĂ TITUS (VIII: 1123, 5); GOLDQ GRAȚIAN (VIII: 1123, 4); COTOROBAI VASILE (VIII: 1123, 5); DIACONU MARIA (VIII: 1124, 5, 8); DIMA ION (VIII: 1126, 8); GURIUC LUCIA (VIII: 1125); IANCULESCU ION (VIII: 1122); OCĂNOAIA NAE (VIII: 1122*, 5); OPREA ELENA (VIII: 1123, 4, 5); SMEUREANU DUMITRU (VIII: 1121); VASILE VASILIU (VIII: 1122, 3, 6).

Clasa a VIII-a B: Bițu Eugen (VIII: 1123); Boncea Nicolae (VIII: 1128); Cismariu Amuliu (VIII: 1128); Dima Tudor (VIII: 1123, 4, 8); Duță Mihai (VIII: 1123); Dragomir Eremia (VIII: 1123, 4); Dragomir Ilie (VIII: 1124); Jidovu Gheorghe (VIII: 1128); Marinescu Maria (VIII: 1128); Moroianu Gheorghe (VIII: 1123*, 4, 8); Paturescu Maria (VIII: 1128); Tătaru Cornel (VIII: 1124, 8); Teodorescu Margareta (VIII: 1128); Vasilescu Maria (VIII: 1128); Vlad Maria (VIII: 1128); Zamfir Ionel (VIII: 1123).

Clasa a IX-a: Badea Vetuța (IX: 1141, E. G.: 919); Caplan Sever (IX: 1147, E. G.: 919); Ceapă Gheorghe (IX: 1141, 2, 7, E. G.: 919); Călina Victor (IX: 1144, 7, E. G.: 919); Comănescu Napoleon (IX: 1142, 7, E. G.: 919); Ghioca Maria (IX: 1142, 7); Luca Anatolie (IX: 1141, E. G.: 919); Niță N. Gheorghe (IX: 1142, 7, E. G.: 919); Osaci Gheorghe (IX: 1144, E. G.: 919); Olteanu Mihai (IX: 1142, 4, 7, E. G.: 919); Voinea Tudor (IX: 1144, 7).

Clasa a X-a B: Drăgănescu Dan (X: 1101, 3, 4, 5, 10, E. G.: 916); Elefterie Dumitru (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 10, E. G.: 916); Elisei Teodor (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 10, E. G.: 913*, 6, 9); Filipoiu Miu (X: 1101, 2, 3, 4, 5); Jivu Ion (X: 1101, 3, 4, 5); Petruț Dumitru (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 9); Tomescu Lică (X: 1101, 2, 3, 4, 5, 7, 10, E. G.: 916).

Clasa a XI-a: Ionescu Alexandra (XI: 1031, 3, 8, 40, E. G.: 919); Milea Marcel (XI: 1034, 8, 40); Munteanu Ionel (XI: 1031, 3, 4, 40, E. G.: 919); Popa Vasile (XI: 1033, 40, E. G.: 919); Prisiceanu Ștefan (XI: 1031, 4, 8, 9, 40, E. G.: 919); Pralea Ana (XI: 1031, 8, 40, E. G.: 919); Roman Eugen (XI: 1033, 4, 8, E. G.: 919); Vasilescu Doina (XI: 1038, 40, E. G.: 919); Vlădescu Vlăduț (XI: 1033, 40, E. G.: 919).

Liceul teoretic de băieți, Giurgiu

Clasa a X-a: Laudă Gheorghe (X: 1110, A: 29).

Liceul de băieți, Lugoș.

Clasa a XI-a: Mihăescu S. Ioan (XI: 1031, 9, 40, E. G.: 919, 21*).

Școala tehnică superioară din Mărgineanca-Prahova.

Anul al III-lea: Sălan Gh. Nicolae (X: 1101*, 2, 5*, 8, 9*, 10).

Liceul de băieți Nr. 1 din Oradea-Mare.

Clasa a VII-a: Guiașu I. Mircea (VII: 376, 7, 8).

Clasa a IX-a: Ciupa L. Sorin (IX: 1145, 6, 8*, 9*, 50, 1, 2, 3, 4*, 5, 61, E. G.: 912, 3*, 6, 7, 8, 9); Pătroc P. Nicolae (IX: 1110, 41, XI: 1039, 40, E. G.: 911); Treboniu V. Leuca (IX: 1141, 2, 4, 5, 6, 7*, X: 1110, XI: 1031, E. G.: 919, A: 21).

Clasa a X-a: Hațeganu A. Petru (XI: 1033, 4, A: 22, 4); Stoia F. Dumitru (X: 1101, 2, 3, 4, 8, 9); Traian A. Costin (XI: 1101, 2, 6, 8, E. G.: 917, 8); Șuta I. Mihai (X: 1104, 6, 8, A: 25, E. G.: 913, 6).

Clasa a XI-a: Popa F. Pavel (XI: 1031, 2*, 3*, 4*, 6, 9, 40, 2*, 4, E. G.: 913, 9, A: 25); Vidican Gh. Ion (XI: 1037, 41, 43, 55, E. G.: 919, 28, 40*, A: 29).

Liceul mixt din Oravița.

Clasa a VIII-a: Miclosina Schmith (VIII: 1125, 31).

Clasa a X-a: Zaberca Ilie (X: 1102*, 16).

Liceul de băieți din Pitești.

Clasa a VIII-a: BERIANU I. NICOLAE (VIII: 1124, 5, 32, 5, 8, IX: 1145, 7, 9, X: 1104, 9 A: 2); NICOLESCU V. GHEORGHE (VIII: 1125, 6, X: 1106, E. G.: 917, A: 22); PIETRARU VITALIUS (VIII: 1121, 5, 7, 41, 3, 4, X: 1104, 5*, 6*, 7*, 9, 10, XI: 1039*, E. G.: 912*, 4, 5*, A: 18, 21, 5); SÂRBU G. TUDOREL (VIII: 1122, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 47*, IX: 1131*, 41, 2*, 9*, X: 1101*, 2*, 6, 10, E. G.: 917, A: 21, 2, 5, 9); STĂNESCU A. VIOREL (VIII: 1129*, 31, 2, 4, 5*, 7, 9, 45*, IX: 1155, X: 1106*, 8*, 10, 3*, XI: 1031*, 8,* 9*, E. G.: 911*, 3*, 6*, A: 22).

Clasa a X-a: ANDRONESCU C. SERGIU (X: 1115, 7, 21, 3, 4, 5, E. G.: 918, 9, 21, 2, 7, 8, 30, 5, 6, 8, A: 22, 7, 30); BRĂTESCU A. OLIMPIU (X: 1101, 2, 3, 4*, 5, 6, 9*, 10, 3, 4, 5, 6*, 7, E. G.: 913*, 9); DUNĂ G. GHEORGHE (X: 1108, XI: 1135, 7, E. G.: 912, 6, A: 11, 2, 24, 5).

Clasa a XI-a: BUNESCU ST. CONSTANTIN (XI: 1031, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 9*, 40*, E. G.: 911*, 3*, 6*, 7*, 9*); NEDELESCU D. PETRE (XI: 1031, 2*, 3*, 4*, 6, 7, 9*, 40*, E. G.: 911*, 3*, 6*, 7*, 8*, 9*, 20*, A: 22, 5); PIELMUȘ F. MIHAI (XI: 1023, 4, 8, 9, 30, 1, 6, 40, 2*, 3, 4, 53, 4, E. G.: 916); THEODORESCU M. LUCIUS (XI: 1032*, 3, 4, 6, 7, 9*, 40*, E. G.: 913*, 4, 6).

Școala Tehnică Medie din Pitești.

Anul I-iu: BĂNICĂ C. ION (VIII: 1122, 5); BARBU I. GHEORGHE (VIII: 1122, 3, 4, 5, 6, 9*, E. G.: 918); BOLFON I. NICOLAE (VIII: 1121, 2, 3, 4, 5, 6); BUCUR ȘT. IOAN (VIII: 1110, 22, 3, 4, 5); CONSTANTINESCU T. DUMITRU (VIII: 1121*, 2, 3, 4, 5*, 6, 9*, X: 1110, 3, XI: 1131, E. G.: 918); DINO I. NICOLAE (VIII: 1112, 23, 5); DINU N. PETRE (VIII: 1121, 2, 3*, 4*, 6, 8*, 9*, X: 1110); DUMITRESCU G. IOAN (VIII: 1123, 5); GHEORGHE C. CONSTANTIN (VIII: 1123, 4*, 5, 6); GEORGESCU G. CONST. (VIII: 1122, 3, 4); NIȚĂ C. GHEORGHE (VIII: 1122, 3, 4); OPRESCU T. IOAN (VIII: 1121*, 2, 3, 4*, 5, 9*, 30*, X: 1110, XI: 1031, E. G.: 918).

Anul al II-lea: DRAGOMIR STAN (IX: 1131, 2, 3, 8, X: 1100).

Liceul de fete din Ploești.

Clasa a X-a: CĂLUȘIȚĂ I. MIOARA (X: 1101, 2, 3*, 4*, 5*, 6, 9, 19, E. G.: 921*, 2*, A: 29).

Liceul de băieți din Ploești.

Clasa a VII-a: MACRI AL. PAUL (VII: 382, 4, VIII: 1147, A: 30); ROȘCA N. VLAD (VII: 384).

Clasa a VIII-a: BROZICI GH. FLORIN (VIII: 1131, 8, 10); PAPINA ȘT. RADU (VIII: 1111, 7, 22, 5, 9); ȘERBU C. MIRCEA (VIII: 1125); ZAHARESCU C. MARIN (VIII: 1121, 2, 3, 4*, 5*, 6, 9, IX: 1143*).

Clasa a IX-a: RĂDULESCU N. GHEORGHE (IX: 1151, 5, 8, E. G.: 94).

Clasa a X-a: APOSTOL C. PAUL (X: 1001, 2, 3*, 4*, 5, 6*, 7*, 10, 3, 4, E. G.: 913*, 6, 9, A: 30); NICOLESCU D. EUGEN (X: 1101, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10, 3*, 4*, 6*, 7*, 22*, E. G.: 934).

Clasa a XI-a: RANETESCU D. LUCIAN (XI: 1040, 7).

Liceul mixt din Râmnicul-Sărat.

Clasa a VIII-a: GINGĂRAȘ CONSTANTIN (VIII: 1110, 25, 41, 7, A: 25); POPESCU RADU (VIII: 1143, 4, 5, 7); STERN EDITH (VIII: 1123, 4, 5, 34, 47); UNGUREANU EMIL (VIII: 1110, 37, 40, A: 29).

Clasa a IX-a: CRUCIACHEVICI VALENTINA (IX: 1161, 2); MOROGAN GLORIA (IX: 1161, 2, 3); STOG D. ILIE (IX: 1137, 55, 62, X: 1091).

Clasa a X-a: IONESCU MIRCEA (X: 1102, 13, 4, 7, A: 29, 30); MARIN OCTAVIAN (X: 1095, 102, 8, 13, 6, 7, 8, 21*, 4, 5, 7, 9, 40, 7, E. G.: 919, 34, 6, 8, A: 25, 9, 30).

Clasa a XI-a: VELEA EUGEN (XI: 1011, 2, 3*, 6, 7, 8*, 9, E. G.: 871, 3, 90, A: 1, 3, 11, 4, 29, 30).

Liceul de fete din Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a VIII-a: MĂNESCU FLORICA (VIII: 1123, 5, 7*).

Liceul de băieți din Râmnicul-Vâlcea.

Clasa a VIII-a: ARDELEAN NICODIM (VIII: 1122, 3, 4, 5, 6, 8).

Clasa a X-a: MÂRZAN D. EMIL (X: 1125, E. G.: 911, 9, 21).

Liceul mixt din Roșiori de Vede.

Clasa a XI-a: DUMITRESCU ALEXANDRU (XI: 1031, 3, 4, 5, 6, 9, 40*, E. G.: 913, 7, 9).

Liceul „Gheorghe Lazăr", Sibiu.

Clasa a VIII-a: ANDREESCU JUSTIN (VIII: 1123, 5); BALAȘ ANDREI (VIII: 1123, 4, 5, 6*, 9, 30); VEȘTEMEAN DUMITRU (VIII: 1122, 3, 4, 5, 8*, 9, 30, A: 21, 30).

Clasa a X-a: CONSTANTIN LIVIU (X: 1101, 3, 4, 5*, 10).

Școala Tehnică Agricolă din Strehareț, Slatina-Olt.

Anul I-iu: IORDAN MILEN (XI: 1146, 7, 8, 9).

Liceul de băieți din Slatina-Olt.

Clasa a X-a: GHEORGHE I. CONSTANTIN (XI: 1011, E. G.: 886); IOAN C. STROE (X: 1101*, 2*, 3, 8, E. G.: 919).

Liceul de băieți din Satu-Mare.

Clasa a X-a: SONCODI CORIOLAN (X: 1101, 2, 3, 4, 5*, 6, 7*, 9*, 13, 4, 7, E. G.: 913, 9*).

Liceul de fete din Târgoviște.

Clasa a IX-a: ANDREESCU EVELINA (IX: 1101, 2, 3, 13, 5*, 41, 5, 6, 7).

Liceul de băieți din Târgoviște.

Clasa a X-a: DOBRESCU OVIDIU (X: 1122, E. G.: 911, 3, 7, 8, A: 27).

Liceul de băieți din Târgu-Jiu.

Clasa a VI-a: POPESCU DORIN (VI: 15, 6, VII: 376); UNGUREANU ION (VI: 13, VII: 376).

Clasa a VIII-a: CRĂCIUNESCU JEAN (VIII: 1123, 5).

Clasa a IX-a: CIUCIUC I. NICOLAE (XI: 1039, 40, E. G.: 913, 22, 9); COCHECI VALERIU (IX: 1141, 2, X: 1110, E. G.: 919); POPESCU IOAN (IX: 1144, 56*, 7, 8, E. G.: 917, 9, 24).

Clasa a X-a: PÂRVUȚOIU CONSTANTIN (X: 1101*, 2, 3*, 4*, 5, 6, 7, 10, XI: 1031, 3, 4, 5, 9, 40, A: 22, 5).

Liceul de fete din Târgu-Mureș.

Clasa a IX-a: ZARAB ILONA (IX: 1147).

Liceul de băieți din Târgu-Mureș.

Clasa a X-a: ȚARINĂ N. ENE (X: 1101*, 2, 3, 4*, 5, 6, 7*, 8, 9*, 10, 1, 34, 5, 6, XI: 1040, E. G.: 913, 6, 7*, 8, 9).

Școala tehnică metalurgică din Târgu-Mureș.

Anul al II-lea: COTA A. ALEXANDRU (X: 1113, 5, 6, 7, XI: 1047, 8*, E. G.: 921, A: 27); SIMIONESCU PETRU (IX: 1141*, 4, 5, 6, 7, 9*, X: 1102, 3*, 4, 6, 7*, XI: 1040, E. G.: 912, 7, 8).

Liceul de fete din Timișoara.

Clasa a VIII-a: BIRO ERICA (VIII: 1123, 5, 6, 8, A: 25); KLEIN VILHELMINA (VIII: 1123, 4, 6, 9*).

Clasa a IX-a: ANTILA LIGIA (IX: 1141, 2*, 3*, 4*, 5, 6, 7, 8*, 9, 50*, X: 1101, 2*, 3*, 6*, E. G.: 913, 9, A: 24, 5*); GÂRLEȘTEANU M. ELIZA (IX: 1141*, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7*, 8*, 9, 50, X: 1101, 2*, 3*, 4, 6*, 8, 10, XI: 1031*, 9, 40*, E. G.: 911, 2, 3*, 4, 9, A: 25); MARGA FELICIA (IX: 1141, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 50); WIENER EVA (IX: 1141, 2, 5, 6, 7, 8, 9*, 50, X: 1101).

Clasa a X-a: TRUFIN CECILIA (X: 1101, 2, 3*, 4*, 5, 6*, 7, 8*, 9*, 10).

Liceul de băieți din Timișoara.

Clasa a VIII-a: BRÂNDEU LIVIU (VIII: 1132*, 7, 8, 9, IX: 1156, IX: 1031*, A: 25, 30).

Clasa a IX-a: ADAM D. CONSTANTIN (IX: 1141, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7, X: 1106, 10, 7, E. G.: 919, 34, A: 22, 5, 7, 9); ATANASIU GHEORGHE (IX: 1141, 2, 5, 6, 7, 9); COJOCARU S. VALENTIN (IX: 1155, 6, 7, 8, 9, 62, 3, 9, 70, X: 1101, 7, 13, 4, 5, 6, 7, 9, 24, XI: 1147, 55, E. G.: 918, 21, 2, 5, 9, A: 29); LINCĂ DAN (IX: 1142, 3, 4*, 5, 6, 8, X: 1101, 3, 4*, 6, 7, 8, 10, XI: 1039, 40, E. G.: 916, 7, 9); NEGRU VIOREL (IX: 1142, 3, 4, 5, 6, 7, X: 1106, 10, E. G.: 919); POPOVICI ZENO (IX: 1141, 5, 6, 7, XI: 1035).

Clasa a X-a: GHEORGHEVICI TIBERIU (X: 1101, 2*, 3, 4, 5, 6, 7*, 9*); MORARIU MIRCEA (X: 1101*, 2, 4*, 9*, 13, 4, 9).

Școala elementară, Comuna Tudor Vladimirescu, Teleorman.

Clasa a V-a: ȘORICOAIA EFTIMIE (VI: 20); TURTURICĂ MILICĂ (VI: 20).
Clasa a VI-a: IONESCU MINODORA (VI: 20).

Liceul mixt din Turnu-Măgurele.

Clasaa a X-a: ȘCHIOPU ZOE (X: 1101, 2, 5, 6, 7, 8, 9*, 10).

Liceul de fete din Turnu-Severin.

Clasa a VIII-a: POPESCU I. MIHAELA (VIII: 1126*, 9, 30, 1, A: 22, 9).

Liceul mixt maghiar din Zalău.

Clasa a VIII-a: BALINT EVA (VIII: 1123, 37, 47).
Clasa a X-a: FRANCISC MEREY (X: 1101).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Septembrie 1949

Clasa a VI-a. *Exerc. 25.* Până la 1 Mai, județul Constanța a realizat 90,6% din planul de însămânțări. Cu cât a crescut suprafața însămânțată dela 1 Aprilie, când ea era de 123.260 ha și reprezenta atunci 71 % din plan?

N. M.

VI. 26. Să se afle două numere întregi, știind că diferența lor este egală cu 68, iar cel mai mare divizor comun al lor este egal cu 17.

Problema admite un număr nelimitat de soluții; să se dea toate soluțiile mai mici decât 200.

C. C.

VI. 27. Un negustor vinde o cantitate de brânză și încasează 39062,50 lei. Știind că prețul unui kilogram de brânză reprezintă $\frac{2}{5}$ din cantitatea vândută, să se afle câtă brânză a vândut și cu ce preț kilogramul.

E. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 388.* Să se construiască un cerc concentric cu un triunghiu echilateral cu latura 3 cm știind că raportul suprafețelor este $\frac{2}{3}$.

C. I. T.

VII. 389. Un tinichigiu are o foaie de tablă în formă de cerc cu raza de 0,75 m, și vrea să facă din ea cinci pâlnii egale pentru turnat lichid. Se întreabă care este capacitatea unei pâlnii. (Se va considera că pâlnia are formă de con, iar volumul se va lua cu aproximație).

H. D.

VII. 390. Fie triunghiul echilateral ABC înscris în cercul O de rază 4 cm. Cu centrul în A se descrie arcul de cerc BC. Să se afle aria suprafeței curbilinie cuprinsă între arcele BC.

E. M.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 1161.* Să se descompună în factori, expresiunea:

$$(B+C-2A)^3+(C+A-2B)^3+(A+B-2C)^3.$$

V. C.

VIII. 1162. Să se arate că dacă numerele a, b, c, d formează o proporție, atunci avem egalitatea:

$$c\,(a+b)\,(b^2+d^2)=b\,(c+d)\,(ab+cd).$$

Reciproca este adevărată?

C. C.

VIII. 1163. Să se verifice identitatea:

$$\frac{a^2}{bc\,(bc+a^2)}+\frac{1}{a^2+bc}+\frac{1}{b^2-bc}+\frac{1}{c^2-bc}=0.$$

C. C.

VIII. 1164. Să se arate că

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}-5}{3\sqrt{5}+2\sqrt{10}-\sqrt{50}-5}=-1+\sqrt{2}.$$

H. D.

VIII. 1165. Să se arate că dacă există una din relațiile:

$$\frac{x^2}{y^2}=\frac{y-z}{y+z}\;;\;\frac{z}{y}=\frac{y^2-x^2}{y^2+x^2}\;;\;\frac{2xyz}{y^2-x^2}=\sqrt{y^2-z^2}.$$

există și celelalte două.

C. I. Ț.

VIII. 1166. Să se rezolve ecuația

$$(1+x^2)\,(\sqrt{1+8x^3}-1)-4x^3=0.$$

C. I. Ț.

VIII. 1167. Să se rezolve ecuația

$$\frac{a^2}{b^2}(x-a)^2+\frac{a}{b}(x-a)x=\frac{b^2}{a^2}(x-b)^2+\frac{b}{a}(x-b)x.$$

I. I. S.

VIII. 1168. Să se rezolve sistemul

$$8x+4y+2z+t+16=0\ ,\quad 27x+9y+3z+t+81=0,$$
$$64x+16y+4z+t+256=0\ ,\quad 125x+25y+5z+t+625=0.$$

N. N. A.

VII. 1169. Fie un paralelogram ABCD ($\overline{AB}<\overline{BD}$) și E punctul unde cercul de centru D și raza $\overline{DC}$ taie a doua oară pe BC. Dreapta $\overline{AE}$ taie pe BD în R; fie P simetricul lui R în raport cu mijlocul lui $\overline{BD}$.

Să se arate că proiecția ortogonală a punctului P pe BC este mijlocul lui $\overline{BC}$.

O. N. T.

VIII. 1170. In triunghiul isoscel ABC (AB = AC) se duce ED || BC. Să se afle lungimea lui ED astfel ca aria triunghiului AED să fie $\frac{1}{3}$ din aria trapezului EBCD, laturile triunghiului fiind date.

E. M.

Clasa a IX-a. *Exerc. 1181.* Să se aducă la forma cea mai simplă expresia

$$E\equiv\frac{x_2\sqrt{a^2x_1^2+b^2}-x_1\sqrt{a^2x_2^2+b^2}}{\sqrt{a^2x_1^2+b^2}-\sqrt{a^2x_2^2+b^2}}$$

în care x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației

$$(p^2-a^2)x^2-2pqx+q^2-b^2=0.$$

G. D. S.

IX. 1182. Dacă x, y, z sunt numere pozitive oarecare, să se arate că avem următoarea inegalitate:

$$\frac{x^2+yz}{y+z}+\frac{y^2+zx}{z+x}+\frac{z^2+xy}{x+y}\geqslant x+y+z.$$

C. C.

IX. 1183. Intr'un cerc de centru O se duc două coarde AB, CD prima egală cu latura patratului înscris, iar a doua, cu latura triunghiului echilateral înscris, şi care fac un unghiu de 45^0.

Dacă se notează cu I mijlocul coardei AB, să se arate că I este tocmai punctul de intersecţie al coardelor date AB, CD, iar perpendiculara din O pe CD trece prin una din extremităţile coardei AB.

C. C.

IX. 1184. Fie ABCD un trapez oarecare având bazele AD, BC. Bisectoarele interioare ale unghiurilor B şi C se intersectează în M, iar bisectoarele exterioare ale unghiurilor A şi D se intersectează în N.

Să se arate că AB, CD şi MN sunt concurente. In ce caz MN este perpendiculară pe baze?

H. D.

IV. 1185. La un trapez isoscel sunt cunoscute lungimile diagonalei, bazei mari şi laturile neparalele. Să se arate că lungimea bazei mici este o expresie raţională de cele trei lungimi date.

O. N. T.

IX. 1186. Intr'un patrulater inscriptibil produsul distanţelor vârfurilor primei diagonale la a doua diagonală este egal cu produsul distanţelor vârfurilor diagonalei a doua la prima diagonală.

O. N. T.

IX. 1187. Fie A_1, B_1, C_1, mijloacele laturilor triunghiului ABC şi A', B', C' proiecţiile pe aceste laturi ale centrului cercului înscris triunghiului. Să se demonstreze că suma

$$\overline{A_1A'} + \overline{B_1B'} + \overline{C_1C'}$$

este egală cu diferenţa între latura cea mai mare şi latura cea mai mică a triunghiului ABC.

GH. B.

IX. 1188. Să se arate că

$$\cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{3x}{2}+\sin\frac{3x}{2}\right)+\sin\frac{x}{2}\left(\cos\frac{3x}{2}-\sin\frac{3x}{2}\right)=\sin 2x+\cos 2x$$

N. N. A.

IX. 1189. Să se arate că dacă $A+B+C=90^0$, avem

$$(\sin A+\sin B\sin C)(\sin B+\sin C\sin A)(\sin C+\sin A\sin B)$$
$$=\cos^2 A\cos^2 B\cos^2 C.$$

C. I. Ţ.

IX. 1190. Să se rezolve sistemul

$$\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y=3,\quad \sec x+\sec y=4.$$

C. I. Ţ.

Clasa a X-a: *Exerc. 1141.* Să se rezolve şi să se discute ecuaţia:

$$\sin^6 x+\cos^6 x+a(\sin^4 x+\cos^4 x)=0,$$

a fiind un parametru variabil.

Să se rezolve complet ecuaţia în cazurile particulare:

$$a=-\frac{1}{2};\quad a=-\frac{7}{10}.$$

C. C.

X. 1142. Să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$x\cos a+y\sin a=1,\quad x-y=(1-z)\cos a$$
$$x\operatorname{tg}a+y\operatorname{cotg}a=(1+z)\cos a$$

a fiind un unghiu cunoscut.

C. C.

X. 1143. Să se arate că

$$\sin^2 x\sin^2 y\sin^2(x-y)+2\cos x\cos y\sin x\sin y\sin^2(x-y)=$$
$$=[\cos^2 x\cos^2 y+\sin^2(x-y)]\cos^2(x-y)-\cos^2 x\cos^2 y.$$

C. I. Ţ.

X. 1144. Să se arate că

$$\sin^2 x\sin^2 y\sin^2(x-y)+2\cos x\cos y\cos(x-y)\sin^2(x-y)=$$
$$=\cos^2 x\cos^2 y+\sin^2(x-y)\cos^2(x-y)-\cos^2 x\cos^2 y\cos^2(x-y).$$

C. I. Ţ.

X. 1145. Să se arate că

$$\operatorname{tg}\frac{a+b}{2}+\operatorname{tg}\frac{a-b}{2}=\frac{2\sin a}{\cos a+\cos b}.$$

N. N. A.

X. 1146. Intr'un cerc cu centrul O ducem 2 diametri oarecare AA_1 şi BB_1. Perpendiculara în O pe AA_1 taie cercul în C. Din C ducem perpendiculara CD pe BB_1. Bisectoarea unghiului DCO taie pe AA_1 în E, să se arate că:

$$\frac{\overline{A_1E}^2}{\overline{EA}^2}=\frac{\overline{BD}}{\overline{DB_1}}\quad;\quad\frac{\overline{OD}}{\overline{OE}}=1+\frac{\overline{OE}^2-\overline{OC}^2}{\overline{CE}^2}.$$

C. I. Ţ.

X. 1147. Se dă

$$\operatorname{tg}(x+y)=a\quad\text{şi}\quad\operatorname{tg}(x-y)=b.$$

Să se afle liniile trigonometrice ale arcelor x, $2x$, y şi $2y$.

E. M.

X. 1148. Vârfurile V şi V' a doui munţi sunt depărtate între ele cu 36 km. Ştiind că linia V V' este tangentă la scoarţa sferică a pământului si că unul din munţi are 2.000 m. deasupra nivelului mării, se cere să se calculeze înălţimea celuilalt munte.

Gh. B.

X. 1149. Să se demonstreze că

$$C_n^1\cdot 2^{n-1}+C_n^3\cdot 2^{n-3}+C_n^5\cdot 2^{n-5}+\ldots=3^{n-1}+3^{n-2}+\ldots+3+1.$$

G. D. S.

X. 1150. Să se determine m astfel ca ecuaţia

$$27x+19y=m$$

să admită în mod sigur soluţii întregi şi pozitive.

G. D. S.

Clasa a XI-a. *Exerc. 1071.* Să se afle, pentru $x=1$, limitele expresiilor

$$E_1=\frac{x+\sqrt{x-1}-1}{x+\sqrt{1-x}-1},\quad E_2=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-1}$$

C. I. Ţ.

XI. 1072. Să se determine

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^3+ax+b}-\sqrt{x^3+px+q}}{\sqrt{x^3+a_1x+b_1}-\sqrt{x^3+p_1x+q_1}}$$

N. N. A.

XI. 1073. Să se afle limita expresiei

$$y=\frac{2x+5}{x^2-4}\,\mathrm{L}\left(\frac{2x^2+x+5}{15}\right)$$

când $x\to 2$.

V. C.

XI. 1174. Să se determine m astfel ca polinomul:

$$P(x)\equiv x^3+4x^2+mx-18$$

să admită ca factor un patrat perfect.

E. M.

XI. 1075. Să se studieze variaţia funcţiei

$$y=-(\cos x+\sqrt{3}\sin x+x).$$

N. N. A.

XI. 1076. Să se rezolve ecuaţia

$$x^4+ax^3-3x^2+11x-6=0$$

ştiind că între rădăcini există relaţia

$$(x_1+x_2)(x_3+x_4)=(x_1+x_3)(x_2+x_4).$$

I. I. S.

XI. 1077. Să se rezolve ecuaţia

$$x^4+4x^3+6x^2-12x-15=0$$

C. I. Ţ.

XI. 1078. Dacă a şi b sunt două cantităţi reale, ecuaţia

$$x^3-3ax^2+(3a^2-b^2)\,x+a^3-ab^2=0$$

are toate rădăcinile reale.

E. M.

XI. 1079. Să se rezolve ecuația

$$x^5 - 110x^3 + 2629x + 2520 = 0.$$

V. C.

XI. 1080. Se se rezolve ecuația

$$x^9 - 3x^8 - 4x^7 + 12x^6 - 8x^5 - 9x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

știind că are rădăcini multiple.

H. D.

Exerciții generale. *Exerc. 951.* Pe tangenta în T la cercul O se ia

$$TT' = T'A = OT$$

în același sens. O secantă dusă prin A taie cercul în B și C (B între A și C). Fie M mijlocul lui AC, M' mijlocul lui AM și B' mijlocul lui AB. Cercurile MT'B' și BT'M' sunt tangente între ele.

GH. B.

E. G. 952. In triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $\overline{AB}$ $\overline{AC}$ fie D mijlocul lui $\overline{BC}$, E și F intersecțiile mediatoarei laturii $\overline{BC}$ respectiv cu AB și AC și M a doua intersecție a cercurilor ABC și CDF. Să se arate că:

1°. Punctele B, M, F sunt colineare.

2°. Punctele C, E, M sunt colineare.

CLAUDIU C. IONESCU-BUJOR

E. G. 953. Fie R, un punct situat pe axa radicală a cercurilor (P), (Q) și M un punct arbitrar în planul lor. O secantă mobilă trecând prin R taie cercurile (P), (Q) respectiv în P, P' și Q, Q'. Să se arate că cercurile (MPP'), (MQQ') trec printr'un al doilea punct fix M'.

KOSTAKE A. TELEMAN.

E. G. 954. Fie A_1, B_1, C_1 punctele de intersecție ale cercului circumscris unui triunghiu oarecare ABC cu paralelele la laturile triunghiului duse respectiv prin vârfurile A, B, C. Să se arate că aria $A_1B_1C_1$ este mai mică decât aria ABC. Să se calculeze distanța dintre centrul cercului înscris triunghiului ABC și ortocentrul triunghiului $A_1B_1C_1$, în funcție de raza R și de unghiuri.

C. I. Ț.

E. G. 955. Fie a, b, c, d lungimile laturilor AB, BC, CD, DA ale patrulaterului convex ABCD, inscriptibil într'un cerc.

Să se arate în ce caz putem avea între laturile patrulaterului relaţia

$$a^2 + b^2 = c^2 + d^2.$$

O. N. Ţ.

E. G. 956. Să se arate că între elementele unui triunghiu oarecare, avem inegalitatea

$$a^6 + b^6 + c^6 \geqq \Sigma\, 2a^3b^3 \cos C \geqq a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3.$$

M. I. A.

E. G. 957. Dacă într'un triunghiu avem

$$a^2 = b(b + c),$$

atunci $A = 2B$ şi

$$\cos A = \frac{c - b}{2b},\quad \cos B = \frac{b + c}{2a},\quad \frac{r}{r_a} = \frac{a - b}{a + b}.$$

GH. R. IANCULESCU.

E. G. 958. In triunghiul ABC, mediatoarele pe AC, AB taie pe BC în β, γ. Dacă A' este mijlocul laturii BC, avem

$$\overline{OA'}\,(\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C) = \beta\gamma$$

ARETIN CORCIOVEI.

E. G. 959. Să se arate că expresia

$$E = \sin^{20}\alpha + \cos^{10}\alpha - 1$$

se divide cu $\cos 2\alpha - 1$. Se cere expresia câtului.

I. I. S.

E. G. 960. Să se rezolve ecuaţia nedeterminată

$$26x + 16y + z = 3$$

în numere întregi.

VIOREL A. VISARION.

Aritmetică şi teoria numerelor. *Exerc. 43.* Să se arate, că numerele următoare

$$N = \underbrace{99\ldots9}_{n}\underbrace{800\ldots01}_{n} \; ; \; N_1 = \underbrace{399\ldots9}_{n}\underbrace{200\ldots04};$$

$$N_2 = \underbrace{2499\ldots9}_{n}\underbrace{500\ldots025}_{n+1} \text{ , unde } n = 0, 1, 2, \ldots, n,$$

sunt patrate perfecte.

O. N. Ţ.

A. 44. Să se arate, că numerele următoare

$$N = \underbrace{11\ldots1}_{n}\underbrace{088\ldots89}_{n} \; ; \; N_1 = \underbrace{44\ldots4}_{n}\underbrace{355\ldots56};$$

$$N_2 = \underbrace{277\ldots7}_{n+1}\underbrace{22\ldots225}_{n+1} \text{ , unde } n = 0, 1, 2, \ldots, n,$$

sunt patrate perfecte.

O. N. Ţ.

A 45. Dacă despărţim cifrele patratelor următoare

121; 12321; 1234321; 123454321; 12345654321;

1234567654321; 123456787654321; 12345678987654321

prin acelaşi număr de zeruri, obţinem din nou patrate perfecte:

$$\underbrace{100\ldots0}_{n}\underbrace{200\ldots01}_{n} \; ; \; \underbrace{100\ldots0}_{n}\underbrace{200\ldots0}_{n}\underbrace{300\ldots0}_{n}\underbrace{200\ldots01}_{n}; \text{ etc.}$$

O. N. Ţ.

A. 46. Să se găsească toate patratele perfecte, care adăugate numărului N = 1490841, dau alte patrate perfecte.

O. N. Ţ.

A. 47. Să se determine patratele perfecte, care, scăzute din numărul N = 65658609, dau ca resturi patrate perfecte.

O. N. Ţ.

ERATĂ. La pag. 240, exerc. A. 42 a doua congruenţă este $5x \equiv 6$.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

INSTRUCȚIUNI

Numărul viitor din Suplimentul cu Exerciții apare la 1 Octombrie 1949.

Pentru redactarea și trimiterea soluțiunilor exercițiilor publicate în *Gazeta Matematică Supliment cu exerciții* se vor avea în vedere *Instrucțiunile* publicate în primele două numere.

Abonamentul anual la Suplimentul cu Exerciții este de 200 Lei și se poate trimite pe adresa: Casa „Gazeta Matematică", Calea Griviței 158 București, prin mandat poștal sau cont CEC Nr. 26.220.

Elevii claselor IX, X și XI, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității rezolvând și probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca Societății „Gazeta Matematică" au apărut și se găsesc următoarele:

IV. **A. G. Ioachimescu,** *Culegere de Probleme de Mecanică.* Ediția a III-a. Revăzută și adăugită de *Gabriela Țițeica* . . . Lei 270

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 90

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 450

XIX. **V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Trigonometrie.* Partea III-a (Trigonometrie sferică). Revăzută și adăogită de G-ralul **Gh. I. Liteanu.** Lei 130

XX. **I. I. Chițulescu,** *Culegere de probleme de Geometrie Descriptivă.* Partea I . . . . . Lei 160

XXI. **M. Ghermănescu,** *Trigonometria plană și sferică cu aplicații la Artilerie, Analitică, Mecanică, Topografie, Astronomie, etc.* . . Lei 450

XXII. **G. Țițeica,** *Culegere de Probleme de analitică.* Ediția II. Partea II adăogită de **N. G. Botea** și **C. Ionescu-Bujor** . . . . . Lei 230

XXIII. **Gazeta Matematică** 1895—1945 (Decada 5-a Istoric), învățăminte. Volum jubilar (288 pag.) . . . . . Lei 90

XXIV. **A. G. Ioachimescu,** *Mecanică rațională,* Curs predat la Școala Politehnică din București. revăzut și adăugit după îndrumările autorului, de *Gabriela Țițeica* și *Al. Stoenescu* . . . . . Lei 1.000

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

I. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile I — VI de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . . . . Lei 300

II. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile VII—IX de Aritmetică și Cartea X a Iraționalelor), tradusă din limba greacă de **V. Marian** Lei 360

III. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărțile XI—XIII de Geometrie în spațiu; Cartea XIV a lui HYPSICLE și Cartea XV (apocrifă), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 180

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE"
(Tipărită din fondul Anghel Saligny)

I. **Ion Ionescu,** *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcțiune și a principiilor de calcul.* (Ediția II-a) . Lei 90

Biblioteca Matematică „GEORGE ȚIȚEICA"

I. **Ion Ionescu,** *Maxime și minime geometrice* Lei 230

Pentru volumele din Colecția și Biblioteca „Gazeta Matematică" de trimis în provincie se va plăti anticipat un plus de 15% din preț pentru taxele de expediție.

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul începe dela 15 Septembrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an. Abonamentul costă . Lei 400

ÎNTREPRINDEREA INDUSTRIALĂ DE STAT, IMPRIMERIA NAȚIONALĂ.— C. 15.107